Manual de matemática$

para el **crédito**, el **ahorro** y la **inversión**

financi€ra$

Victoria Yolanda Daniel Chichil

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
Casa abierta al tiempo UNIDAD XOCHIMILCO División de Ciencias Sociales y Humanidades

Manual de matemáticas financieras

para el crédito, el ahorro y la inversión

Victoria Yolanda Daniel Chichil

Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Xochimilco
Calzada del Hueso 1100, Colonia Villa Quietud,
Coyoacán, Ciudad de México. C.P. 04960

Sección de Publicaciones
de la División de Ciencias Sociales y Humanidades.
Edificio A, 3er piso. Teléfono 54 83 70 60
pubcsh@correo.xoc.uam.mx
http://dcshpublicaciones.xoc.uam.mx

Esta edición de la División de Ciencias Sociales y Humanidades de la UAM-Xochimilco, fue dictaminada por pares académicos expertos en el tema. Agradecemos a la Rectoría de la Unidad Xochimilco de la UAM, el apoyo para la edición de esta obra.

Casa abierta al tiempo

Diseño de portada: Miriam Meza Daniel
Formación: Logos Editores
ISBN 978-607-28-0935-2

Primera edición: 2017

Universidad Autónoma Metropolitana
Prol. Canal de Miramontes 3855,
Ex Hacienda de San Juan de Dios
Ciudad de México, 14387, México

Impreso y hecho en México

Índice

Agradezco en todo lo que vale la colaboración entusiasta y cumplida de mis alumnos, estudiantes de la licenciatura en Administración, Mitzi Lira, Magaly López Ramírez, María Ángles Yaci Pacheco y Rodrigo Sinuhé García Sánchez.

Sin embargo cualquier error u omisión es responsablidad mía.

Yolanda Daniel

1
Conceptos básicos

Objetivo: Identificar la unidad de tiempo para el pago de la tasa de interés, y expresar en esa unidad de tiempo el plazo de la operación financiera.

1. Calcule el interés ganado por una inversión de $100,000 a una tasa de interés simple de 5% anual durante los primeros tres meses y 6% anual durante los siguientes dos meses.
   Respuesta: $2,250

2. Por un préstamo otorgado el día de hoy por $12,500, un mes después se pagará $128.71 por concepto de interés. ¿Qué tasa de interés se pagará?
   Respuesta: 12.36%

3. Una persona obtuvo un préstamo de $95, seis meses después liquidó tanto el capital como el interés con un pago de $100. ¿Qué tasa de interés pagó?
   Respuesta: 10.53%

4. Calcule el interés que gana una inversión de $8,888 a una tasa anual de 54% durante 23 días.
   Respuesta: $306.64

5. A qué tasa cuatrimestral equivale una tasa semestral de 23%?
   Respuesta: 15.33%

6. Verifique que en el ejercicio anterior ambas tasas sean equivalentes al suponer que invierte $50,000 a un plazo de cinco meses. Encuentre los rendimientos ganados al aplicar cada una de las tasas.
   Respuesta: $9,583.33 en cada caso

7. Si la tasa trimestral es de 55%, ¿en cuántas quincenas se duplicará el capital?
   Respuesta: 10.91 quincenas

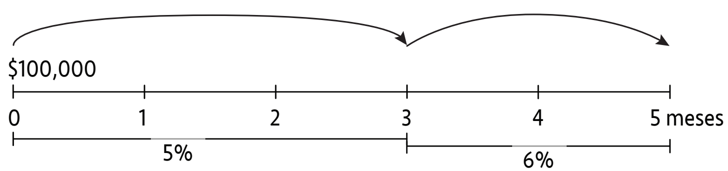
8. ¿En cuántos días se cuadruplicará un capital si la tasa de interés anual es de 227%?
   Respuesta: 475.77 días

9. ¿En cuánto tiempo un capital de $50,000 producirá un interés de $2,000 si se paga una tasa de interés de 15% anual?
   Respuesta: 96 días

10. Si un capital de $5,000 se invierte durante tres meses, ¿qué importe tendrán los intereses ganados por el capital si se paga a una tasa efectiva de: *a)* 12% trimestral, *b)* 12% anual, *c)* 12% semestral?
    Respuesta: *a)* $600, *b)* $150, *c)* $300

Problema 1

Calcule el interés ganado por una inversión de $100,000 a una tasa de interés simple de 5% anual durante los primeros tres meses y 6% anual durante los siguientes dos meses.



Solución

La unidad empleada para los primeros tres meses es el año.

$$I = Cit$$

$$I = 100{,}000(0.05)\left(\frac{3}{12}\right)$$

$$I = 1{,}250$$

La unidad empleada para los siguientes dos meses es el año.

$$I = 100{,}000(0.06)\left(\frac{2}{12}\right)$$

$$I = 1{,}000$$

$\therefore$ Los intereses ganados al final de cinco meses son:

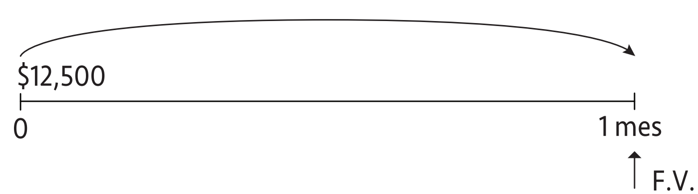
$$I = 1{,}250 + 1{,}000$$

Respuesta

$2,250 es el interés ganado.

Problema 2

Por un préstamo otorgado el día de hoy por $12,500, un mes después se pagará $128.71 por concepto de interés. ¿Qué tasa de interés se pagará?



Solución

La unidad de tiempo seleccionada es el año.

$$I = Cit$$

$$128.71 = 12{,}500(i)\left(\frac{1}{12}\right)$$

$$\frac{128.71}{12{,}500\left(\frac{1}{12}\right)} = i$$

$$0.12356 = i$$

Respuesta

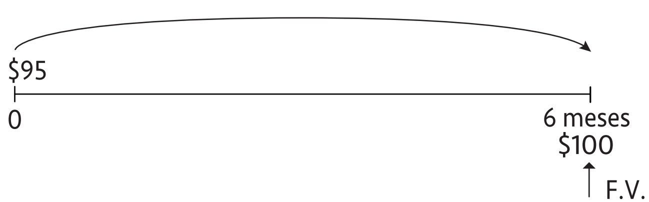
12.36% es la tasa anual pagada.

Problema 3

Una persona obtuvo un préstamo de \$95, seis meses después liquidó tanto el capital como el interés con un pago de \$100. ¿Qué tasa de interés pagó?

Solución

La unidad de tiempo seleccionada es el año.



Para conocer el interés ganado, se sabe que:

$$S = C + I$$

$$\therefore 100 = 95 + I$$

$$\$5 = I$$

$$\therefore \text{Si } I = Cit$$

$$5 = 95(i)\left(\frac{6}{12}\right)$$

$$\frac{5}{95\left(\frac{6}{12}\right)} = i$$

$$0.10526 = i$$

Respuesta

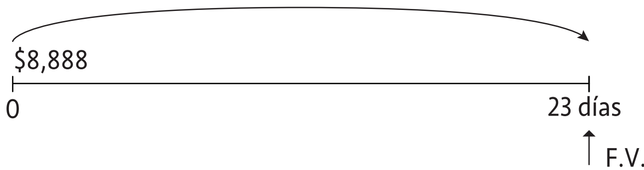
10.53% es la tasa anual pagada.

Problema 4

Calcule el interés que gana una inversión de \$8,888 a una tasa anual de 54% durante 23 días.

Solución

La unidad de tiempo establecida es el año (ya no se indica la periodicidad de pago de la tasa de interés).



Se considera que el año es de 360 días, por lo tanto, se aplicará la regla ordinaria.

$$I = Cit$$

$$I = 8{,}888\ (0.54)\left(\frac{23}{360}\right)$$

$$I = 306.64$$

Respuesta

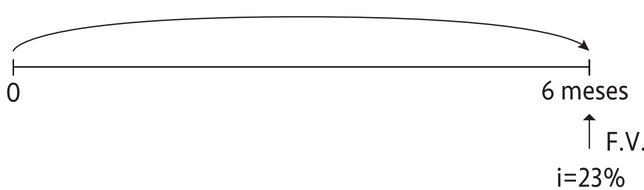
$306.64 es el interés que gana la inversión

Problema 5

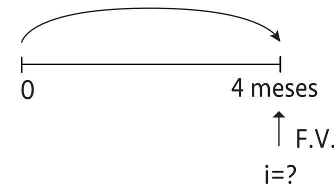
¿A qué tasa cuatrimestral equivale una tasa semestral de 23%?

Solución

La unidad de tiempo para el pago de la tasa de interés de 23% es el semestre.



La unidad de tiempo de la tasa equivalente es el cuatrimestre.



Si son equivalentes, se debe cumplir que ambas tasas produzcan los mismos rendimientos actuando sobre el mismo capital y el mismo plazo.

Suponga un plazo de 6 meses y un capital cualquiera C.

$$S = C\ (1 + 0.23(1)) \qquad (1)$$

Asimismo, el monto S también se obtiene como:

$$S = C\left(1 + i \cdot \frac{6}{4}\right) \qquad (2)$$

Igualando (1) y (2)

$$C\ (1 + 0.23 \cdot 1) = C\left(1 + i \cdot \frac{6}{4}\right)$$

$$\frac{(1+0.23) - 1}{\frac{6}{4}} = i$$

$$\frac{(0.23)(4)}{6} = i$$

$$0.153333 = i$$

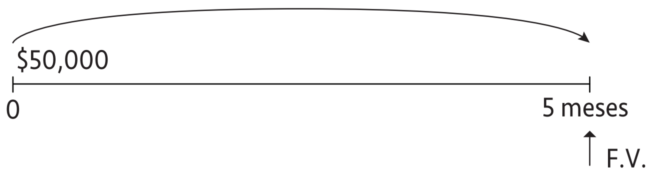
Respuesta

15.33% es la tasa cuatrimestral.

Problema 6

Verifique que en el ejercicio anterior ambas tasas sean equivalentes al suponer que invierte $50,000 a un plazo de cinco meses. Encuentre los rendimientos ganados al aplicar cada una de las tasas.

Solución



Para la tasa de interés de 23% la unidad de tiempo es el semestre.

$$I = Cit$$

$$I = 50{,}000\ (0.23)\left(\frac{5}{6}\right)$$

$$I = 9{,}583.33$$

Para la tasa de interés de 15.33%, la unidad de tiempo es el cuatrimestre.

$$I = Cit$$

$$I = 50{,}000\ (0.153333)\left(\frac{5}{4}\right)$$

Respuesta

$9,583.33 en cada caso, se observa que ambas tasas sí son equivalentes.

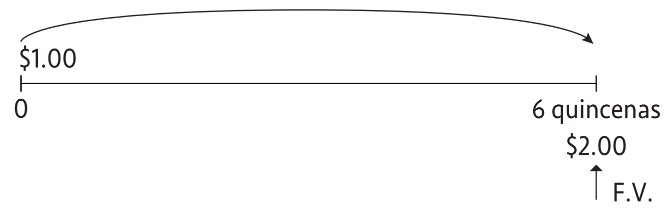
Problema 7

Si la tasa trimestral es de 55%, ¿en cuántas quincenas se duplicará el capital?

Ayuda: Suponga un capital cualquiera, puede ser de $1.

Solución

Se supondrá que el capital es de una unidad monetaria.



La unidad de tiempo es el trimestre.

$$S = C + I$$

$$S = C + Cit$$

$$S = C(1 + it)$$

$$2 = 1\ (1 + 0.55t)$$

$$t = 1.8181\ldots$$

En quincenas:

$$t = (1.8181\ldots)6$$
$$t = 10.9090 \text{ quincenas}$$

$$0.9090\,(15) = 13 \text{ días}$$

Respuesta

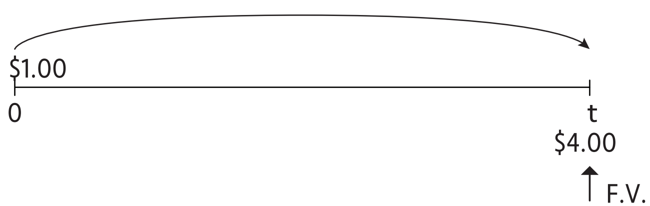
El capital se duplicará, aproximadamente, en 10 quincenas con 13 días.

Problema 8

¿En cuántos días se cuadruplicará un capital si la tasa de interés anual es de 227%?

Solución

Suponga que el capital es de una unidad monetaria.



Considere que la unidad de tiempo es el año.

$$S = C + I$$
$$4 = 1 + I$$
$$I = 3$$
$$I = Cit$$

$$3 = 1\,(2.27)\,(t)$$

$$\frac{3}{1(2.27)} = t$$

$$t = 1.32158 \text{ años}$$

$$1.32158(360) = t \text{ expresado en días}$$

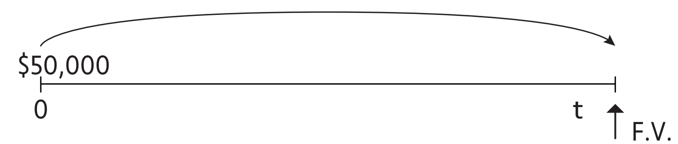
Respuesta

475.77 días es el tiempo en que se cuadruplicará el capital.

Problema 9

¿En cuánto tiempo un capital de $50,000 producirá un interés de $2,000, si se paga una tasa de interés de 15% anual?

Solución



La unidad de tiempo es el mes.

$$I = Cit$$
$$2{,}000 = 50{,}000\left(\frac{0.15}{12}\right)t$$

$$3.2 \text{ meses} = t$$

Número de días de 3.2 meses:

$$3.2(30) = t \text{ en días}$$

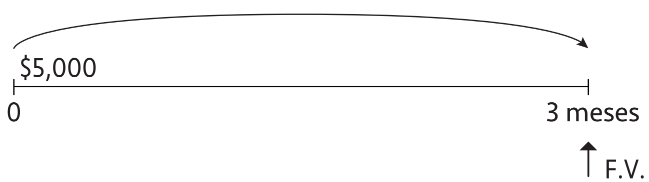
Respuesta

96 días es el tiempo en que un capital de \$50,000 producirá un interés de \$2,000 a una tasa de interés de 15% anual

Problema 10

Si un capital de \$5,000 se invierte durante tres meses, ¿qué importe tendrán los intereses ganados por el capital si se paga a una tasa efectiva de: *a)* 12% trimestral, *b)* 12% anual, *c)* 12% semestral?

Solución



a) La unidad de tiempo es el trimestre.

$$I = Cit$$
$$I = 5{,}000\,(0.12)\,(1)$$
$$I = 600$$

b) La unidad de tiempo es el año.

$$I = Cit$$
$$I = 5{,}000\,(0.12)\left(\frac{3}{12}\right)$$
$$I = 150$$

c) La unidad de tiempo es el semestre.

$$I = Cit$$
$$I = 5{,}000\,(0.12)\left(\frac{3}{6}\right)$$
$$I = 300$$

Respuesta

a) \$600.00, *b)* \$150.00, *c)* \$300.00

En el siguiente cuadro se observa que la periodicidad del pago de la tasa de interés cambia, a pesar de que la magnitud de la tasa es la misma, por lo que se producen intereses diferentes.

Capital (\$)	Tasa (%)	Periodicidad de pago de la tasa	Plazo (meses)	Interés (\$)
5,000	12	Anual	3	150
5,000	12	Semestral	3	300
5,000	12	Trimestral	3	600

2
Interés y descuento simple

Objetivo: Distinguir el momento en que se pagan la tasa de interés y la tasa de descuento para acumular o descontar una cantidad de dinero valuado a una tasa de interés, una tasa de descuento o sus equivalencias entre ambas.

Interés simple

1. Encuentre el interés ordinario sobre $6,000 durante 30 días para cada una de las siguientes tasas de interés. Observe cuidadosamente la relación entre las respuestas:
   a) 5%, *b)* 10%, *c)* 15%, *d)* 7.5%
   Respuesta: *a)* $25, *b)* $50, *c)* $75, *d)* $37.50

2. Calcule el interés ordinario de una deuda de $6,000 a 5% para cada uno de los siguientes periodos. Observe cómo un cambio en el tiempo afecta el interés.
   a) 120 días, *b)* 240 días, *c)* 480 días
   Respuesta: *a)* $100, *b)* $200, *c)* $400

3. Si el dinero se evalúa a 10% de interés simple, encuentre el valor de una deuda de $1,500 que vence en 6 meses a una tasa de interés de 12%.
   Considere *a)* el momento actual, *b)* dentro de 4 meses
   Respuesta: *a)* $1,514.29, *b)* $1,563.93

4. Se desea obtener un monto de $50,000 al final de 9 meses mediante 2 depósitos. El primer monto inmediato será por $25,000 y el segundo dentro de 3 meses por un importe desconocido; si la tasa que paga el banco es de 5% semestral, encuentre el valor del segundo depósito. Considere como fecha de valuación el noveno mes.
   Respuesta: $22,023.81

5. Si se invierte un capital de $1,000,000 durante 90 días a una tasa de interés de 4.1705% anual bajo el modelo de interés simple, calcule: *a)* los intereses ganados y *b)* el valor acumulado del capital.
   Respuesta: *a)* $10,426.25, *b)* $1,010,426.25

6. Una deuda de $12,000 se liquidará mediante tres pagos a efectuarse de la siguiente forma: $3,000 dentro de dos meses, $5,000 dos meses después y un pago adicional 3 meses más adelante. Encuentre la cantidad del pago adicional si la tasa de interés es de 6% anual. Use el interés ordinario y tome como fecha de valuación el séptimo mes.
   Respuesta: $4,270

7. ¿Cuál es el importe del pago mensual por la adquisición de un auto nuevo cuyo precio de contado es de 39,900 dólares, si se adquiere mediante un enganche de 35% del precio de contado y el plazo es de un año? Considere que la tasa de interés es de 15.99% fija y la fecha de valuación el momento presente.
   Respuesta: $2,344.23

8. ¿Qué capital se convertirá en $3,600 en 60 días si la tasa de interés efectiva mensual es de 11%?
Respuesta: $2,950.81

9. El 20 de agosto de 2006, Banco Premium concede un préstamo por $10,000 a la empresa Innovaciones, S.A., la cual firma un pagaré a 15% anual con vencimiento el 15 de mayo de 2007. El 12 de diciembre Banco Premium vende el pagaré a la empresa La Antigua, S.A., cobrando una tasa de interés de 18% anual. Utilice la regla bancaria; determine:

a) ¿Cuál es el valor que paga La Antigua, S.A. al Banco Premium?
b) ¿Cuál es la cantidad que deja de ganar el banco por vender el pagaré antes de la fecha de vencimiento?
c) ¿Cuál es la tasa de rendimiento que gana el Banco Premium?
d) ¿Cuánto paga Innovaciones S.A. en la fecha de vencimiento?
Respuesta: ***a)*** $10,321.88, ***b)*** $794.79, ***c)*** 10.16%, ***d)*** $11,116.66

10. Un pagaré con valor nominal de $7,200 tiene fecha del 5 de febrero y vence el 8 de diciembre con un interés a 10%. Después de que fue firmado el pagaré, la tasa de mercado se incrementó un punto porcentual. ¿Cuál es el valor actual del pagaré al 3 de noviembre a la tasa de mercado? Utilice la regla bancaria.
Respuesta: $7,729.34

11. Si se invierten $7,000 a 10% efectivo trimestral, ¿cuánto tiempo se necesitará antes de que la inversión tenga un valor de $7,250?
Respuesta: 32 días aproximadamente

12. El 31 de octubre de 2007 un trabajador firmó un pagaré a la empresa X por $150,000 a 100 días con una tasa de interés de 6%. Posteriormente, el 20 de diciembre del mismo año, la compañía X se lo ofrece al banco BCHC, quien desea ganar 8%. ¿Cuánto recibe por el pagaré la empresa X? Utilice regla bancaria.
Respuesta: $150,824.17

13. Del ejercicio anterior, ¿Cuál es la tasa de rendimiento anual que gana la empresa X?
Respuesta: 3.95% anual

14. Encuentre el tiempo durante el cual se acumulan por concepto de intereses $2,500 por un capital de $100,000 a una tasa fija de 15% mensual.
Respuesta: 5 días

Descuento simple

15. ¿Cuántos días faltan para el vencimiento de un pagaré firmado por $500,000 si se vendió en $485,600 a una tasa de descuento de 20% anual?
Respuesta: 52 días

16. Usted desea invertir $1,000,000 en CETES emitidos el 13 de mayo de 2007 a un plazo de 336 días; la tasa de descuento ofrecida por el gobierno federal es de 7.50%.

a) ¿Cuál es el precio de compra por cada título si lo adquiere en la fecha de emisión?
b) ¿Cuántos títulos se adquieren?
c) Si se adelanta la fecha de vencimiento 175 días, ¿cuál es la ganancia de capital?
d) ¿Cuál es el importe del descuento? Suponga que la tasa de descuento es la misma con la que se adquirieron.
Respuesta: ***a)*** $9.30, ***b)*** 107 526 títulos, ***c)*** $36,066.01, ***d)*** $39,202.18

17. Calcule la tasa de rendimiento equivalente a la tasa de descuento de 7.50% para los CETES del ejercicio 16
Respuesta: 8.0645%

18. Se descuenta un pagaré con valor de $150,000 en 90 días, y el banco carga una tasa de descuento simple de 15%. Determine el capital utilizando:
a) el método exacto, y *b)* el método aproximado u ordinario.
Respuesta: *a*) $144,452.05, *b)* $144,375

19. Un cliente compra mercancía con valor de $200,000 (precio de contado). La empresa Torres, S.A. le otorga crédito a 4, 6 y 8 meses por medio de la firma de pagarés, cada uno por un mismo importe y con una tasa de interés anual simple de 35%. Dos meses después, la empresa Torres, S.A. decide descontar estos pagarés en un banco para tener efectivo inmediato. Si el banco aplica una tasa simple anual de descuento de 45% sobre el valor de cada pagaré, ¿cuánto dinero recibe la empresa Torres, S.A.? Considere como F.V. el momento presente para encontrar el importe de cada pagaré.
Respuesta: $199,421.52; el importe de cada pagaré es de $78,204.52

20. Un documento se firmó el 3 de agosto; su fecha de vencimiento sería el 15 de noviembre del mismo año, con un valor de vencimiento de $15,000, cobrando una tasa de descuento anual simple de 15%. Calcule cuál es el valor presente de la operación si se usa un descuento: *a)* ordinario, *b)* exacto, *c)* bancario.
Respuesta: *a)* $14,362.50, *b)* $14,358.90, *c)* $14,350

21. Se solicita a un banco un préstamo de $1,000 a pagar en 10 meses; el banco cobra una tasa de descuento de 25% anual. Calcule la cantidad que recibe el deudor si *a)* el descuento es simple y *b)* el descuento es simple exacto.
Respuesta: *a)* $791.67, *b)* $794.52

22. Usted tiene derecho a recibir $15,000, $20,000 y $35,000 en 4, 6 y 7 meses respectivamente; sin embargo, desea recibir en una sola exhibición ese dinero hoy. Por no esperar a la fecha del vencimiento se le aplicará una tasa de descuento de 15%. Calcule cuál es el valor presente de las tres deudas.
Respuesta: $64,687.50

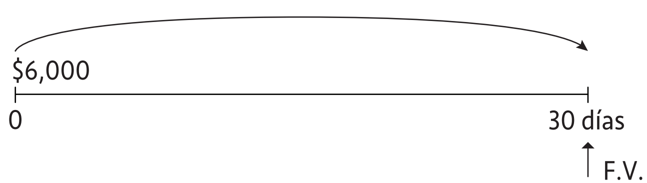
Interés simple

Problema 1

Encuentre el interés ordinario sobre $6,000 durante 30 días para cada una de las siguientes tasas de interés. Observe cuidadosamente la relación entre las respuestas.

a) 5%, *b)* 10%, *c)* 15%, *d)* 7.5%

Solución



Para todos los casos la unidad de tiempo es el año.

a) Tasa de interés de 5%.

$$I = Cit$$

$$I = 6{,}000\,(0.05)\left(\frac{30}{360}\right)$$

$$I = 25$$

b) Tasa de interés de 10%.

$$I = Cit$$

$$I = 6{,}000\,(0.10)\left(\frac{30}{360}\right)$$

$$I = 50$$

c) Tasa de interés de 15%.

$$I = Cit$$

$$I = 6{,}000\,(0.15)\left(\frac{30}{360}\right)$$

$$I = 75$$

d) Tasa de interés de 7.5%.

$$I = Cit$$

$$I = 6{,}000\,(0.075)\left(\frac{30}{360}\right)$$

$$I = 37.5$$

Respuesta

a) \$25, *b)* \$50, *c)* \$75, *d)* \$37.50

Lo anterior se resume en el cuadro que aparece a continuación:

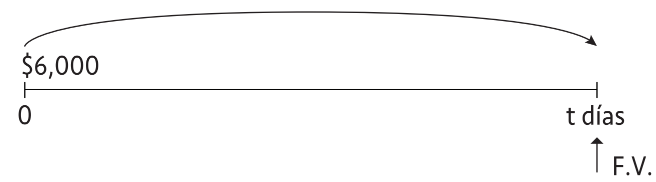
Capital (\$)	Tasa (%)	Periodicidad de pago	Plazo (días)	Interés (\$)
6,000	5	Anual	30	25
6,000	7.5	Anual	30	37.5
6,000	10	Anual	30	50
6,000	15	Anual	30	75

Se observa que aun cuando el plazo y el capital se mantienen constantes, los intereses varían, aunque la periodicidad de pago es la misma. Esto se debe a que la magnitud de la tasa cambia, por ello si la tasa se duplica, el interés se duplica; y si se triplica, el interés también lo hará.

Problema 2

Calcule el interés ordinario de una deuda de \$6,000 a 5% para cada uno de los siguientes periodos. Observe cómo un cambio en el tiempo afecta el interés.
a) 120 días, *b)* 240 días, *c)* 480 días

Solución



Para todos los casos la unidad de tiempo es el año.

a) Para 120 días

$$I = Cit$$
$$I = 6{,}000\,(0.05)\left(\frac{120}{360}\right)$$
$$I = 100$$

b) Para 240 días

$$I = Cit$$
$$I = 6{,}000\,(0.05)\left(\frac{240}{360}\right)$$
$$I = 200$$

c) Para 480 días

$$I = Cit$$
$$I = 6{,}000\,(0.05)\left(\frac{480}{360}\right)$$
$$I = 400$$

Respuesta

a) \$100, *b)* \$200, *c)* \$400

Lo anterior se resume en el siguiente cuadro:

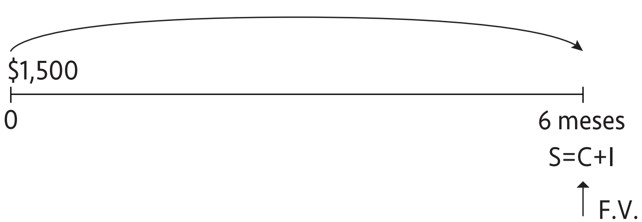
Capital (\$)	Tasa (%)	Periodicidad de pago	Plazo (días)	Interés (\$)
6,000	5	Anual	120	100
6,000	5	Anual	240	200
6,000	5	Anual	480	400

Se observa que para la misma tasa de interés, si el plazo se duplica, también lo hará su interés, y si se triplica el plazo, también lo hará el interés, siempre y cuando el capital se mantenga constante. Así, se observa que en el interés simple existe una relación proporcional entre la tasa de interés y el tiempo.

Problema 3

Si el dinero se evalúa a 10% de interés simple, encuentre el valor de una deuda de \$1,500 que vence en 6 meses a una tasa de interés de 12%.
Considere *a)* el momento actual, *b)* dentro de 4 meses

Solución



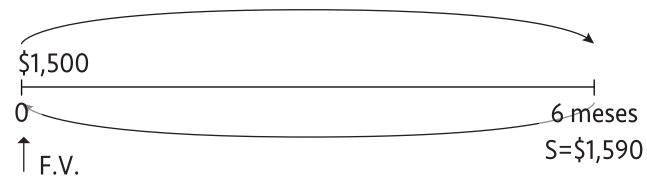
Para el valor de la deuda dentro de 6 meses se tiene que

$$S = C\,(1 + it)$$

$$S = 1{,}500\left(1 + 0.12\frac{6}{12}\right)$$

$$S = 1{,}590$$

a) El valor de la deuda en este momento.

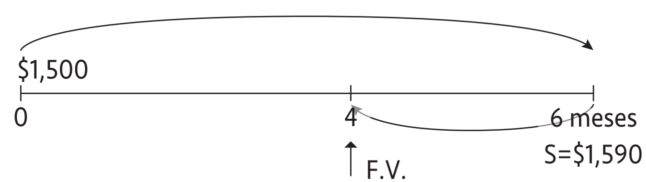


$$C = S\,(1 + it)^{-1}$$

$$C = 1{,}590\left(1 + 0.10\,\frac{6}{12}\right)^{-1}$$

$$C = 1{,}514.29$$

b) El valor de la deuda dentro de 4 meses.



$$C = S\,(1 + it)^{-1}$$

$$C = 1{,}590\left(1 + 0.10\,\frac{2}{12}\right)^{-1}$$

$$C = 1{,}563.93$$

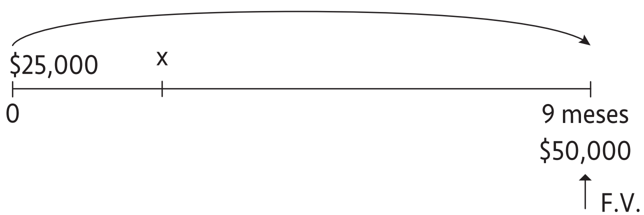
Respuesta:

a) $1,514.29 deuda en el momento actual, *b)* $1,563.93 deuda en 4 meses.

Problema 4

Se desea obtener un monto de $50,000 al final de 9 meses mediante 2 depósitos. El primer monto inmediato será por $25,000 y el segundo dentro de 3 meses por un importe desconocido; si la tasa que paga el banco es de 5% semestral, encuentre el valor del segundo depósito. Considere como fecha de valuación el noveno mes.

Solución



La unidad de tiempo es el semestre; sea x el importe del segundo depósito.

$$50{,}000 = 25{,}000\left(1 + 0.05\,\frac{9}{6}\right) + x\left(1 + .05\,\frac{6}{6}\right)$$

$$50{,}000 = 26{,}875 + x\,(1 + .05)$$

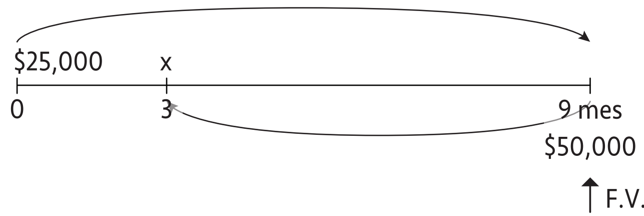
$$x = \frac{50{,}000 - 26{,}875}{1.05}$$

$$x = 22{,}023.81$$

Respuesta

$22,023.81 es el valor del segundo depósito.

Otra forma de visualizar la obligación sería acumular el primer pago dentro de 9 meses y restárselo en ese momento a los $50,000. La cantidad obtenida se descuenta durante 6 meses con tasa de interés.



$$S = C\,(1 + it)$$

$$S = 25{,}000\left(1 + 0.05\,\frac{9}{6}\right)$$

$$S = 26{,}875$$

$$50{,}000 - 26{,}875 = 23{,}125$$

$$C = S\,(1 + it)^{-1}$$

$$C = \frac{S}{1 + it}$$

$$C = \frac{23{,}125}{1 + \frac{.05}{6}(6)}$$

$$C = 22{,}023.81$$

Respuesta

\$22,023.81

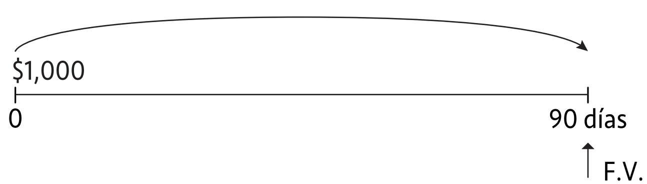
Observe que el resultado cambia porque se modificó la fecha de valuación (en este caso, dos veces: al 9º y 3er mes, respectivamente).

Problema 5

Si se invierte un capital de \$1,000,000 durante 90 días a una tasa de interés de 4.1705% anual bajo el modelo de interés simple, calcule: *a)* los intereses ganados y *b)* el valor acumulado del capital.

Solución

La unidad de tiempo es el año.



a) Intereses ganados.

$$I = Cit$$

$$I = 1{,}000{,}000\ (0.041705)\left(\frac{90}{360}\right)$$

$$I = 10{,}426.25$$

b) Valor acumulado del capital.

$$S = C + I$$

$$S = 1{,}000{,}000 + 10{,}426.25$$

$$S = 1{,}010{,}426.25$$

Respuesta

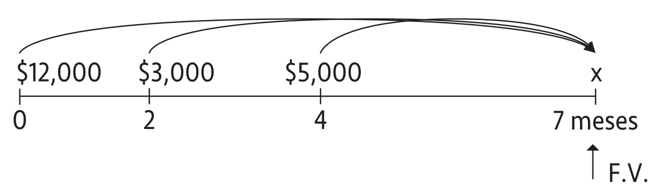
a) \$10,426.25 son los intereses ganados y *b)* \$1,010,426.25 es el valor acumulado del capital.

Problema 6

Una deuda de \$12,000 se liquidará mediante tres pagos a efectuarse de la siguiente forma: \$3,000 dentro de dos meses, \$5,000 dos meses después y un pago adicional 3 meses más adelante. Encuentre la cantidad del pago adicional si la tasa de interés es de 6% anual. Use el interés ordinario y tome como fecha de valuación el séptimo mes.

Solución

Se considerará arbitrariamente el séptimo mes como la fecha de valuación.



La ecuación de valor que se establece considera que el valor futuro de la deuda al séptimo mes, calculado a 6% anual, equivale al valor futuro de la serie de tres pagos comparados en el séptimo mes y calculados a 6% anual.

$$12{,}000\left(1+0.06\,\frac{7}{12}\right)=3{,}000\left(1+0.06\,\frac{5}{12}\right)+5{,}000\left(1+0.06\,\frac{3}{12}\right)+x$$

$$12{,}420 = 3{,}075 + 5{,}075 + x$$

$$12{,}420 - 8{,}150 = x$$

$$4{,}270 = x$$

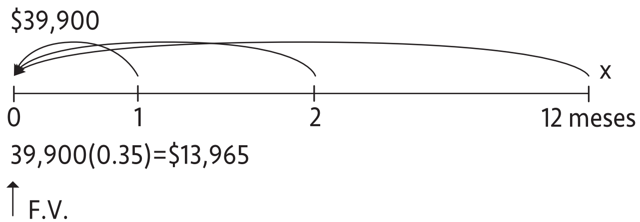
Respuesta

$4,270 es el pago adicional.

Problema 7

¿Cuál es el importe del pago mensual por la adquisición de un auto nuevo cuyo precio de contado es de 39,900 dólares, si se adquiere mediante un enganche de 35% del precio de contado y el plazo es de un año? Considere que la tasa de interés es de 15.99% fija y la fecha de valuación el momento presente.

Solución



La ecuación de valor que se establece, considera que el pago al contado valuado en el monto presente a 15.99% anual equivale al valor presente del enganche y de los 12 pagos mensuales valuados a 15.99% anual.

$$39{,}900 = 13{,}965 + x\left(1+0.1599\,\frac{1}{12}\right)^{-1} + x\left(1+0.1599\,\frac{2}{12}\right)^{-1} + \ldots$$

$$+\, x\left(1+0.1599\,\frac{12}{12}\right)^{-1}$$

$$39{,}900 - 13{,}965 = x\left(\left(1+0.1599\frac{1}{12}\right)^{-1}+\left(1+0.1599\frac{2}{12}\right)^{-1}+\ldots+\left(1+0.1599\frac{12}{12}\right)^{-1}\right)$$

$$\frac{39{,}900 - 13{,}965}{11.0633488} = x$$

$$2{,}344.23 = x$$

Respuesta

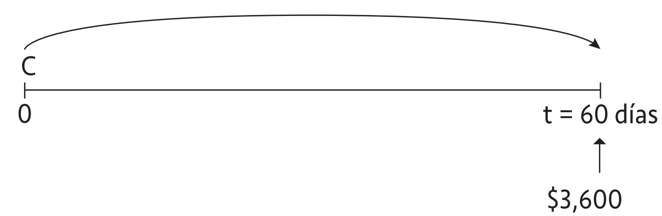
$2,344.23 es el importe de cada pago mensual.

Problema 8

¿Qué capital se convertirá en $3,600 en 60 días si la tasa de interés efectiva mensual es de 11%?

Solución

La unidad de tiempo es el mes.



$$S = C\,(1 + it)$$

$$3{,}600 = C\left(1 + 0.11\,\frac{60}{30}\right)$$

$$3{,}600\left(1 + 0.11\,\frac{60}{30}\right)^{-1} = C$$

$$2{,}950.81 = C$$

Respuesta

\$2,950.81 es el capital inicial.

Problema 9

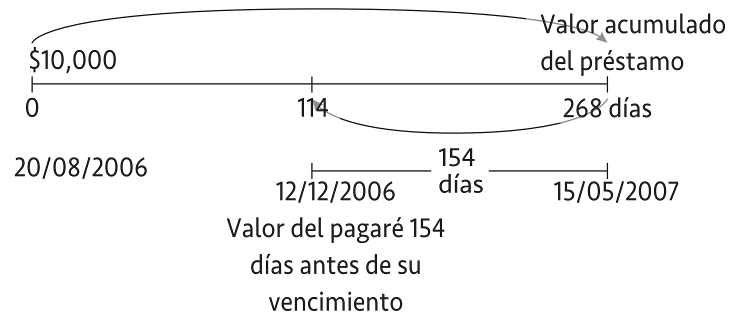
El 20 de agosto de 2006, Banco Premium concede un préstamo por \$10,000 a la empresa Innovaciones, S.A., la cual firma un pagaré a 15% anual con vencimiento el 15 de mayo de 2007. El 12 de diciembre Banco Premium vende el pagaré a la empresa La Antigua, S.A., cobrando una tasa de interés de 18% anual.

Determine:

a) ¿Cuál es el valor que paga La Antigua, S.A. al Banco Premium?
b) ¿Cuál es la cantidad que deja de ganar el banco por vender el pagaré antes de la fecha de vencimiento?
c) ¿Cuál es la tasa de rendimiento que gana el Banco Premium?
d) ¿Cuánto paga Innovaciones S.A. en la fecha de vencimiento?

Solución

Se empleará la regla bancaria para medir el tiempo entre dos fechas.



El valor acumulado del préstamo al 15 de mayo de 2007.

$$S = C\,(1 + it)$$

$$S = 10{,}000\left(1 + (0.15)\,\frac{268}{360}\right)$$

$$S = 11{,}116.66667$$

a) Valor descontado del pagaré vendido a La Antigua, S.A., el 12 de diciembre de 2006.

$$C = 11{,}116.66667\left(1 + 0.18\,\frac{154}{360}\right)^{-1}$$

$$C = 10{,}321.88$$

b) Cantidad que deja de ganar el Banco Premium por vender a un tercero el pagaré.

$$11{,}116.66667 - 10{,}321.88 = 794.79$$

c) Tasa de rendimiento que gana el Banco Premium.

$$10{,}321.88177 = 10{,}000\left(1 + \frac{i}{360}(114)\right)$$

$$i = 10.16$$

d) Pago de Innovaciones, S.A. a la fecha de vencimiento.

11,116.66

Respuesta

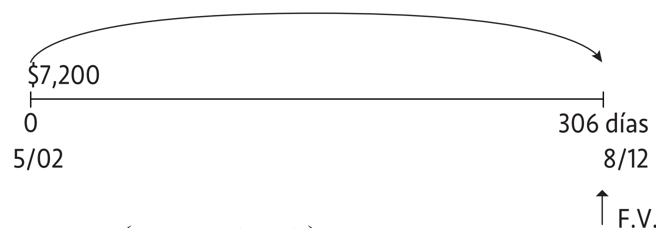
a) \$10,321.88, *b)* \$794.79, *c)* 10.16%, *d)* \$11,116.66

Problema 10

Un pagaré con valor nominal de \$7,200 tiene fecha del 5 de febrero y vence el 8 de diciembre con un interés a 10%. Después de que fue firmado el pagaré, la tasa de mercado se incrementó un punto porcentual. ¿Cuál es el valor actual del pagaré al 3 de noviembre a la tasa de mercado? Utilice la regla bancaria.

Solución

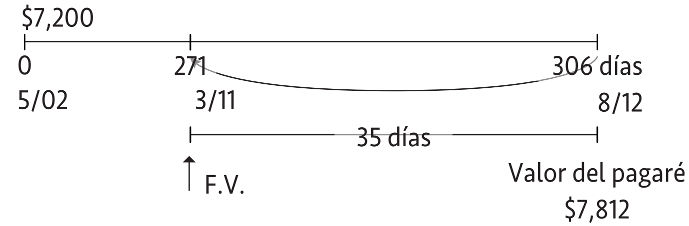
Primero se debe encontrar el valor del pagaré a una fecha de vencimiento.



$$S = 7{,}200\left(1 + 0.10\left(\frac{306}{360}\right)\right)$$

$$S = 7{,}812$$

Una vez obtenido el valor del pagaré, encuentre su valor descontado.



$$C = S\,(1 + it)^{-1}$$

$$C = 7{,}812\left(1 + 0.11\left(\frac{35}{360}\right)\right)^{-1}$$

$$C = 7{,}729.34$$

Respuesta

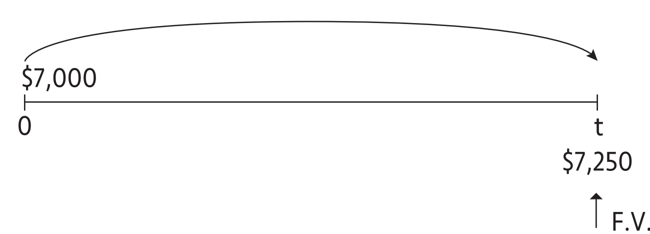
\$7,729.34 es el valor del pagaré.

Problema 11

Si se invierten \$7,000 a 10% efectivo trimestral, ¿cuánto tiempo se necesitará antes de que la inversión tenga un valor de \$7,250?

Solución

La unidad de tiempo es el trimestre.



$$S = C + I$$

$$7{,}250 = 7{,}000 + I$$

$$I = \$250$$

$$I = Cit$$

$$250 = 7{,}000\,(0.10)\left(\frac{t}{3}\right)$$

$$t = 1.071428571 \text{ meses}$$

Para obtener el resultado en días:

$$1.071428571\,(30) = 32.14285713$$

Respuesta

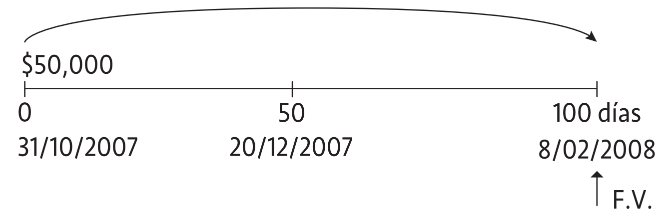
32 días aproximadamente

Problema 12

El 31 de octubre de 2007 un trabajador firmó un pagaré a la empresa X por \$150,000 a 100 días con una tasa de interés de 6%. Posteriormente, el 20 de diciembre del mismo año, la compañía X se lo ofrece al banco BCHC, quien desea ganar 8%. ¿Cuánto recibe por el pagaré la empresa X? Utilice regla bancaria.

Solución

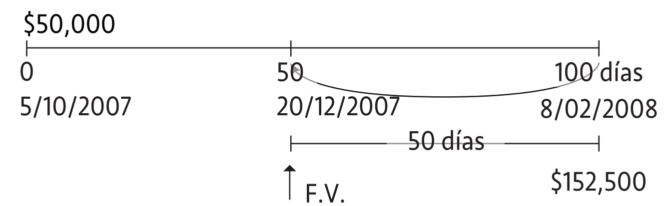
Primero, se debe encontrar el valor del pagaré a la fecha de vencimiento.



$$S = 15{,}000\left(1 + 0.06\left(\frac{100}{360}\right)\right)$$

$$S = 152{,}500$$

Una vez obtenido el valor del pagaré, encuentre su valor descontado.



$$C = S\,(1 + it)^{-1}$$

$$C = 152{,}500\left(1 + 0.08\left(\frac{50}{360}\right)\right)^{-1}$$

$$C = 150{,}824.1758$$

Respuesta

\$150,824.17

Problema 13

Del ejercicio anterior, ¿cuál es la tasa de rendimiento anual que gana la empresa X?

Solución

$$150{,}824.1758 = 150{,}000\left(1 + \frac{I}{360}(50)\right)$$

$$I = 3.95$$

Respuesta

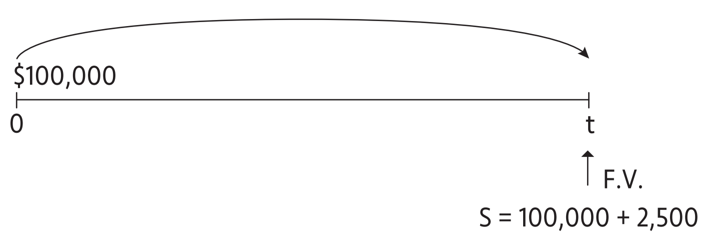
3.95% anual.

Problema 14

Encuentre el tiempo durante el cual se acumulan por concepto de intereses $2,500 por un capital de $100,000 a una tasa fija de 15% mensual.

Solución

La unidad de tiempo es el mes.



$$I = Cit$$

$$2{,}500 = 100{,}000\ (01.5)\ t$$

$$\frac{2{,}500}{100{,}000\ (0.15)} = t \text{ expresada en meses}$$

$$0.1667 = t \text{ expresada en meses}$$

Por lo tanto

$$0.1667\ (30) = 5$$

Respuesta

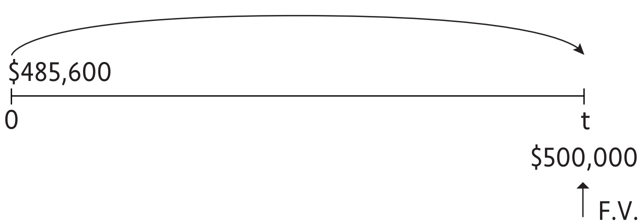
5 días.

Problema 15

¿Cuántos días faltan para el vencimiento de un pagaré firmado por $500,000 si se vendió en $485,600 a una tasa de descuento de 20% anual?

Solución

La unidad de tiempo es el año.



$$D = Sdt$$

$$14{,}400 = 500{,}000\left(\frac{0.20}{360}\right)t$$

$$t = 52$$

Respuesta

518 días, aproximadamente, faltan para el vencimiento del pagaré.

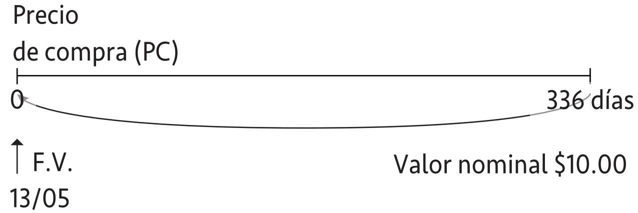
Problema 16

Usted desea invertir $1,000,000 en CETES emitidos el 13 de mayo de 2007 a un plazo de 336 días; la tasa de descuento ofrecida por el gobierno federal es de 7.50%.

a) ¿Cuál es el precio de compra por cada título si lo adquiere en la fecha de emisión?
b) ¿Cuántos títulos se adquieren?
c) Si se adelanta la fecha de vencimiento 175 días, ¿cuál es la ganancia de capital?
d) ¿Cuál es el importe del descuento? Suponga que la tasa de descuento es la misma con la que se adquirieron.

Solución

La unidad de tiempo es el año.



Se empleará la regla bancaria

a) Precio de compra de cada título.

$$PC = \text{valor nominal } (1 - dt)$$

$$PC = 10\left(1 - \frac{0.0750}{360}(336)\right)$$

$$PC = 9.30$$

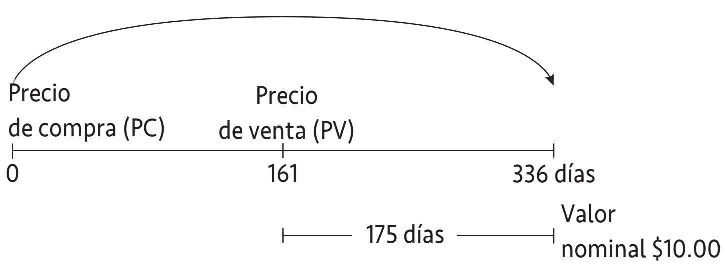
b) Número de títulos a adquirir.

$$\text{Número de títulos a adquirir} = \frac{\text{inversión}}{\text{precio de compra unitario}}$$

$$\text{Número de títulos a adquirir} = \frac{1{,}000{,}000}{9.30}$$

$$\text{Número de títulos a adquirir} = 107{,}526$$

c) Ganancia de capital.



$$PV = VN\ (1 - dt)$$

$$PV = 10\left(1 - \frac{0.0750}{360}(175)\right)$$

$$PV = 9.635416667$$

Sea GC la ganancia de capital

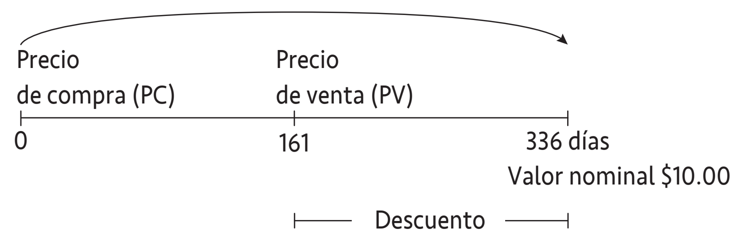
$$GC = (PV - PC)\ (\text{número de títulos})$$

$$GC\ (9.635416667 - 9.30000000)\ (107{,}526)$$

$$GC = 36{,}066.01254$$

d) Importe del descuento

$$D = (VN - PV)\ (\text{número de títulos})$$



$$D = (10 - 9.635416667)\ (107{,}526)$$

$$D = 39{,}202.18746^{*}$$

* Esta cantidad se deja de ganar por adelantar la fecha de vencimiento.

Respuesta

a) \$9.30, es el precio de compra por título, *b)* 107,526 títulos, *c)* \$36,066.01 es la ganancia de capital, *d)* \$39,202.18 es el descuento.

Problema 17

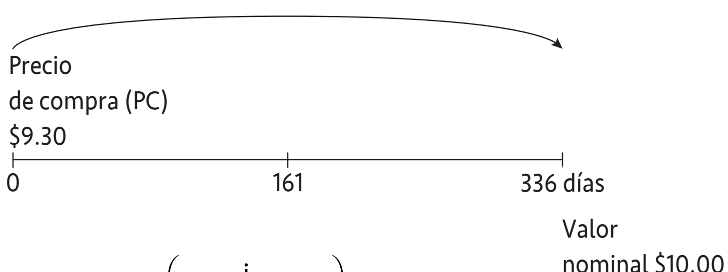
Calcule la tasa de rendimiento equivalente a la tasa de descuento de 7.50% para los CETES del ejercicio 16.

Solución

La operación se considera como si fuera una inversión con tasa de interés, es decir:

$$S = C\,(1 + it)$$

La tasa de interés produce un valor nominal de \$10.00 a partir de un capital de \$9.30.



$$10.00 = 9.3\left(1 + \frac{i}{360}(336)\right)$$

$$i = 0.080645$$

Por lo tanto

$$0.080645\,(100) = 8.0645\%$$

Respuesta

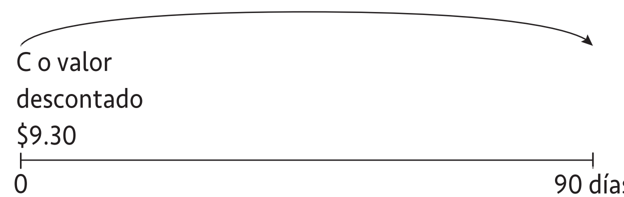
8.0645% es la tasa de rendimiento equivalente.

Problema 18

Se descuenta un pagaré con valor de \$150,000 en 90 días, y el banco carga una tasa de descuento simple de 15%. Determine el capital utilizando:

a) el método exacto, y *b)* el método aproximado u ordinario.

Solución



a) Método exacto.

La unidad de tiempo es el año.

$$C = S\,(1 - dt)$$

$$C = 150{,}000\left(1 - 0.15\left(\frac{90}{365}\right)\right)$$

$$C = 144{,}452.0548$$

b) Método aproximado.

La unidad de tiempo es el año.

$$C = S\,(1 - dt)$$

$$C = 150{,}000\left(1 - 0.15\left(\frac{90}{360}\right)\right)$$

$$C = 144{,}375.00$$

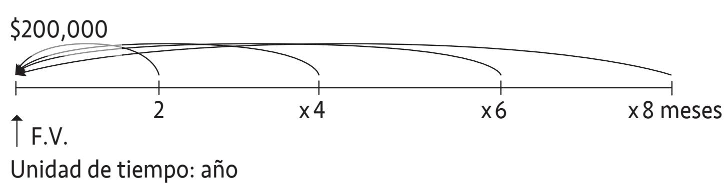
Respuesta: a) \$144,452.05, *b)* \$144,375

Problema 19

Un cliente compra mercancía con valor de \$200,000 (precio de contado). La empresa Torres, S.A. le otorga crédito a 4, 6 y 8 meses por medio de la firma de pagarés, cada uno por un mismo importe y con una tasa de interés anual simple de 35%. Dos meses después, la empresa Torres, S.A. decide descontar estos pagarés en un banco para tener efectivo inmediato. Si el banco aplica una tasa simple anual de descuento de 45% sobre el valor de cada pagaré, ¿cuánto dinero recibe la empresa Torres, S.A.? Considere como F.V. el momento presente para encontrar el importe de cada pagaré.

Solución

Primero se debe encontrar el valor de cada pagaré; sea x el importe de cada uno de ellos.



La unidad de tiempo es el año.

Para realizar el cálculo se establece la siguiente ecuación de valor:

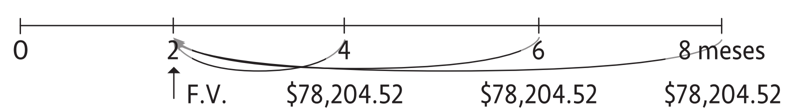
$$200{,}000 = x\left(1+0.35\left(\frac{4}{12}\right)\right)^{-1} + x\left(1+0.35\left(\frac{6}{12}\right)\right)^{-1} + x\left(1+0.35\left(\frac{8}{12}\right)\right)^{-1}$$

$$200{,}000 = x\left[\left(1+0.35\left(\frac{4}{12}\right)\right)^{-1} + \left(1+0.35\left(\frac{6}{12}\right)\right)^{-1} + \left(1+0.35\left(\frac{8}{12}\right)\right)^{-1}\right]$$

$$x = \frac{200{,}000}{\left[\left(1+0.35\left(\frac{4}{12}\right)\right)^{-1} + \left(1+0.35\left(\frac{6}{12}\right)\right)^{-1} + \left(1+0.35\left(\frac{8}{12}\right)\right)^{-1}\right]}$$

$$x = 78{,}204.51723$$

Ahora bien, para calcular la cantidad que recibe la empresa Torres, S.A. dos meses después de la firma, es conveniente tomar como fecha de valuación el segundo mes.



$$C = S(1 - dt)$$

$$C = 78{,}204.51723\left(1 - 0.45\left(\frac{2}{12}\right)\right) + 78{,}204.51723\left(1 - 0.45\left(\frac{4}{12}\right)\right)$$

$$+\, 78{,}204.51723\left(1 - 0.45\left(\frac{6}{12}\right)\right)$$

$$C = 199{,}421.5189$$

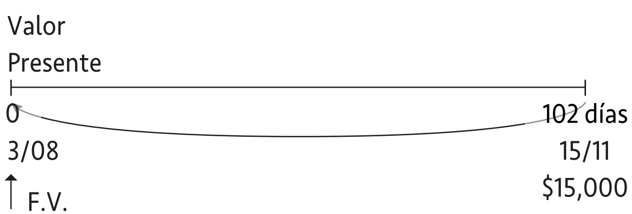
Respuesta

$199,421.52 es la cantidad que recibe la empresa; y el importe de cada pagaré es de $78,204.52

Problema 20

Un documento se firmó el 3 de agosto; su fecha de vencimiento sería el 15 de noviembre del mismo año, con un valor de vencimiento de $15,000, cobrando una tasa de descuento anual simple de 15%. Calcule cuál es el valor presente de la operación si se usa un descuento: *a)* ordinario, *b)* exacto, *c)* bancario.

Solución



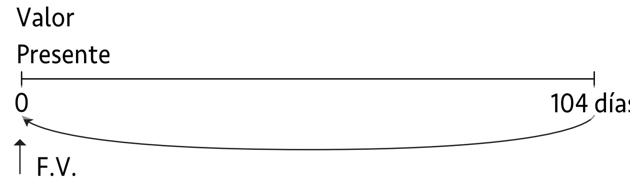
Para todos los casos la unidad de tiempo es el año.

a) Descuento ordinario.

$$C = S\,(1 - dt)$$

$$C = 15{,}000\left(1 - 0.15\left(\frac{102}{360}\right)\right)$$

$$C = 14{,}362.50$$



b) Unidad de tiempo año (Descuento Exacto)

b) Descuento exacto.

$$C = S\,(1 - dt)$$

$$C = 15{,}000\left(1 - 0.15\left(\frac{104}{365}\right)\right)$$

$$C = 14{,}358.90411$$

c) Descuento bancario.

$$C = S\,(1 - dt)$$

$$C = 15{,}000\left(1 - 0.15\left(\frac{104}{360}\right)\right)$$

$$C = 14{,}350$$

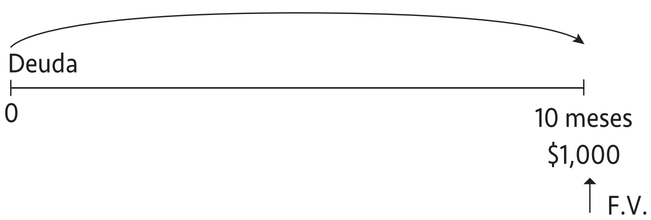
Respuesta:

a) $143,362.50, *b)* $14,358.90, *c)* $14,350

Problema 21

Se solicita a un banco un préstamo de $1,000 a pagar en 10 meses; el banco cobra una tasa de descuento de 25% anual. Calcule la cantidad que recibe el deudor si *a)* el descuento es simple y *b)* el descuento es simple exacto.

Solución



Para ambos casos la unidad de tiempo es el año.

a) Descuento simple.

$$C = S\,(1 - dt)$$

$$C = 1{,}000\left(1 - 0.25\left(\frac{300}{360}\right)\right)$$

$$C = 791.67$$

b) Descuento simple exacto.

$$C = S\,(1 - dt)$$

$$C = 1{,}000\left(1 - 0.25\left(\frac{300}{365}\right)\right)$$

$$C = 794.52$$

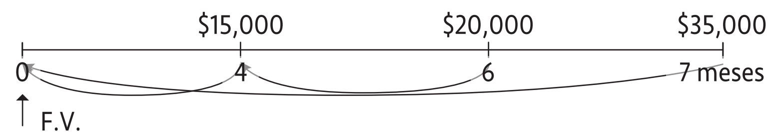
Respuesta:

a) \$791.67, *b)* \$794.52

Problema 22

Usted tiene derecho a recibir \$15,000, \$20,000 y \$35,000 en 4, 6 y 7 meses respectivamente; sin embargo, desea recibir en una sola exhibición ese dinero hoy. Por no esperar a la fecha del vencimiento se le aplicará una tasa de descuento de 15%. Calcule cuál es el valor presente de las tres deudas.

Solución



La unidad de tiempo es el año

$$C = S\,(1 - dt)$$

$$C = 15{,}000\left(1 - 0.15\left(\frac{4}{12}\right)\right) + 20{,}000\left(1 - 0.15\left(\frac{6}{12}\right)\right) + 35{,}000\left(1 - 0.15\left(\frac{7}{12}\right)\right)$$

$$C = 64{,}687.50$$

Respuesta

\$64,687.50 es el valor presente.

3
Interés compuesto

Objetivo: Calcular el valor presente y el valor futuro de dos o tres flujos de efectivo cuando actúa una tasa de interés anual capitalizables más de una vez al año.

Interés compuesto

1. ¿En cuánto tiempo se duplicará un capital si la tasa de interés es de 35% y se compone *a)* trimestralmente, *b)* semestralmente, *c)* anualmente?
   Respuesta: Se necesita, aproximadamente, *a)* 8.26 trimestres, *b)* 4.29 semestres, *c)* 2.31 años.

2. Si una inversión a 15 meses duplica su valor y actúa a tasa fija, ¿en cuánto tiempo lo triplicará con la misma tasa?
   Respuesta: 23.77 meses

3. Las ventas al menudeo se han incrementado a razón de 5% anual. Si las ventas fueron de $200,000 en el año, ¿cuáles serán las ventas estimadas dentro de dos años si se mantiene el ritmo de crecimiento?
   Respuesta: $220,500

4. Una empresa deposita $10,000 en una cuenta de ahorros que paga 13% anual convertible semestralmente, ¿cuál será el monto de la inversión después de 24 meses? Calcule por el método aproximado.
   Respuesta: $12,864.66

5. Se descuenta un pagaré con valor de $150,000 en 90 días; el banco carga una tasa de 15% de interés capitalizable mensualmente. Determine el capital utilizando el método aproximado u ordinario.
   Respuesta: $144,512.74

6. ¿Cuál será el monto después de un año si se invierten $2,000 a 8% convertible: *a)* mensualmente, *b)* trimestralmente, *c)* semestralmente, *d)* anualmente?
   Respuesta: a) $2,165.99, *b)* $2,164.86, *c)* $2,163.20, *d)* $2,160

7. Por un préstamo de $10,000 se pagaron intereses de $750; el plazo del préstamo fue de mes y medio. Encuentre: *a)* la tasa anual pagadera mensualmente, *b)* la tasa anual pagadera semestralmente.
   Respuesta: a) 59.27%, *b)* 67.09%

8. ¿Cuál será el valor acumulado de $600 al final de 15 años si la tasa de interés es variable, esto es, si se paga 7% capitalizable trimestralmente durante los primeros 5 años, y 8% capitalizable trimestralmente durante el tiempo restante?
   Respuesta: $1,874.33

9. Encuentre el valor presente de $10,000 con vencimiento al final de 3 años si el dinero se evalúa a: *a)* 3% convertible mensualmente, *b)* 5.5% convertible trimestralmente.
Respuesta: *a)* $9,140.33, *b)* $8,488.47

10. Una persona pagó $17,500 por una deuda con vencimiento a 7 meses. Si la tasa de interés fue de 10 ¼% convertible cada 28 días, ¿cuál fue el capital prestado?
Respuesta: $16,488.22

11. ¿Cuál es el monto que se generará con un capital de $6,500 en tres años a 5.5% convertible trimestralmente?
Respuesta: $7,657.44

12. Un capital de $800 se invierte a una tasa de 10% anual capitalizable trimestralmente durante los primeros 2 años y de 12% anual capitalizable semestralmente durante los siguientes 3 años. Encuentre el valor acumulado de la inversión al final del quinto año.
Respuesta: $1,382.66

13. ¿Qué tasa nominal capitalizable al trimestre equivale a 7% convertible semestralmente?
Respuesta: 6.9397% anual convertible trimestralmente

14. Verifique que ambas tasas de interés del ejercicio anterior sean equivalentes: ¿cuál es el valor acumulado de un capital de $10,000 invertido durante 7 meses? Emplee cada una de las dos tasas para llegar al mismo resultado.
Respuesta: $10,409.51 para ambos casos

15. ¿Durante cuánto tiempo se invirtió un capital de $50,000 hasta alcanzar un monto de $52,300 a 12% anual convertible bimestralmente?
Respuesta: 136 días aproximadamente

16. En el año 2000, la producción de automóviles fue de 200,000 unidades; ¿cuál será la producción en 2010 si crece 10% anual en los primeros 2 años, 12% en los siguientes 5 años y 8% anual en los últimos?
Respuesta: 537,250 unidades

17. Para verificar que los rendimientos obtenidos con el modelo de interés compuesto no siempre son mejores que los obtenidos con el interés simple, calcule el interés con ambos modelos para una inversión de $50,000, colocados a 8.6% anual pagadero cada 91 días y para un plazo de: *a)* 60 días, *b)* 91 días, *c)* 120 días
Respuesta: *a)* $716.67 y $714.04, *b)* 1,086.94 y 1,086.94, *c)* $1,433.33 y $1,438.27

18. Las utilidades de una empresa se incrementaron a 5% anual. Si las utilidades para el año 2006 fueron de 5 millones, ¿cuáles serán las utilidades estimadas para los próximos dos años?
Respuesta: $5,250,000 para 2007 y $5,512,500 para el 2008

19. El precio de contado de un auto es de 50,000 dólares americanos; si se financia mediante 2 pagos, el primero de inmediato por 14,000 dólares y el segundo tres meses después por 45,000 dólares ¿cuál es la tasa de interés nominal capitalizable mensualmente que se cobra por el financiamiento?
Respuesta: 92.66%

20. ¿Cuál de los siguientes bancos paga los mejores rendimientos? Anualice las tasas.

Banco	Plazo (días)	Tasa anual (%)
Bancomer	28	6.5
Ixe	91	8.0
Santander	7	7.25

Respuesta: El banco Ixe paga los mejores rendimientos (8.24%), seguido del banco Santander (7.51%), y el que paga los rendimientos más bajos es Bancomer (6.69%).

21. ¿Cuál es la tasa nominal capitalizable quincenalmente, equivalente a una tasa de 25% nominal capitalizable mensualmente?
Respuesta: 24.8711%

22. Si se invierten $20,000 en una cuenta que paga 20% nominal anual capitalizable mensualmente, ¿cuál es la tasa efectiva que se pagará en tres meses?
Respuesta: 5.083%

23. El 23 de diciembre de 2006 se realizó un préstamo, el cual se acordó liquidar mediante dos pagos de $35,000 cada uno a efectuarse el 3 y el 15 de mayo del siguiente año; la tasa de interés cobrada fue de 17% capitalizable diariamente. Determine: *a)* ¿cuál fue el capital prestado?, *b)* ¿cuánto se pagó por concepto de interés? Use la regla ordinaria.
Respuesta: *a)* $65,616.03, *b)* $4,383.96

24. Encuentre la tasa anualizada equivalente a una tasa nominal de 8.13%, convertible cada 175 días.
Respuesta: 8.2999%

25. El 20 de octubre se invierte una suma de $10,000 y se retiró el 21 de noviembre del mismo año, ganando un interés de $250. Encuentre la tasa de interés anual pagada: *a)* mediante la regla exacta, *b)* mediante la regla ordinaria.
Respuesta: *a)* 32.53%, *b)* 33.20%

26. De las siguientes tasas: *a)* 8% anual convertible trimestralmente, y *b)* 9.5% anual capitalizable cada 182 días, ¿cuál tasa paga los mejores rendimientos? Considere un capital de $100 invertido durante un año para comparar los rendimientos de ambas tasas.
Respuesta: el 9.5% anual capitalizable cada 182 días paga el mejor rendimiento.

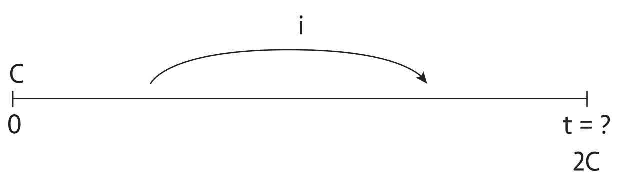
Interés compuesto

Problema 1

¿En cuánto tiempo se duplicará un capital si la tasa de interés es de 35% y se compone *a)* trimestralmente, *b)* semestralmente, *c)* anualmente?

Solución

Suponga un capital C cualquiera.



a) La unidad de tiempo es el trimestre

$$2C = C\left(1+\frac{0.35}{\frac{360}{90}}\right)^{t\ \leftarrow \text{ expresado en trimestres}}$$

$$\frac{2C}{C}=\left(1+\frac{0.35}{4}\right)^{t}$$

$$2=\left(1+\frac{0.35}{4}\right)^{t}$$

$$\log(2)=\log\left[\left(1+\frac{0.35}{4}\right)^{t}\right]$$

$$\log(2)=t\log\left[\left(1+\frac{0.35}{4}\right)\right]$$

$$\frac{\log(2)}{\log\left(1+\frac{0.35}{4}\right)}=t$$

$$8.263411=t$$

b) La unidad de tiempo es el semestre.

$$2C = C\left(1+\frac{0.35}{\frac{360}{180}}\right)^{t\ \leftarrow \text{expresado en semestres}}$$

$$\frac{2C}{C}=\left(1+\frac{0.35}{2}\right)^t$$

$$2=\left(1+\frac{0.35}{2}\right)^t$$

$$\log(2)=\log\left[\left(1+\frac{0.35}{2}\right)^t\right]$$

$$\log(2)=t\log\left(1+\frac{0.35}{2}\right)$$

$$\frac{\log(2)}{\log\left(1+\frac{0.35}{2}\right)}=t$$

$$4.298103=t$$

c) La unidad de tiempo es el año.

$$2C=C\left(1+\frac{0.35}{\frac{360}{360}}\right)^{t\ \leftarrow \text{expresado en años}}$$

$$\frac{2C}{C}=(1+0.35)^t$$

$$2=(1+0.35)^t$$

$$\log(2)=\log(1+0.35)^t$$

$$\log(2)=t\bullet\log(1+0.35)$$

$$\frac{\log(2)}{\log(1+0.35)}=t$$

$$2.309685=t$$

Respuesta

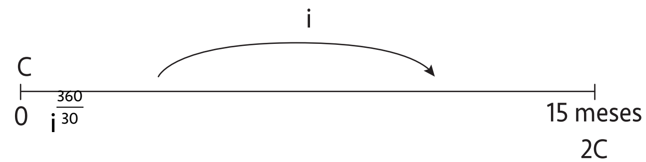
Se necesita, aproximadamente, *a)* 8.26 trimestres, *b)* 4.29 semestres, *c)* 2.31 años.

Problema 2

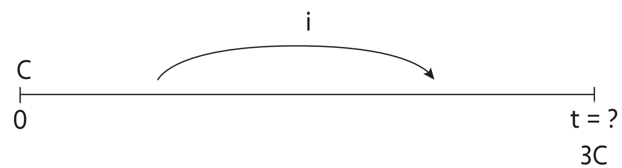
Si una inversión a 15 meses duplica su valor y actúa a tasa fija, ¿en cuánto tiempo lo triplicará con la misma tasa?

Solución

Un capital se duplica:



Para triplicarse:



Si $i^{\frac{360}{30}}$ es la tasa de interés nominal capitalizable mensualmente (se elige este periodo porque el tiempo está expresado en meses):

$$2C=C\left(1+\frac{i^{\frac{360}{30}}}{\frac{360}{30}}\right)^{\frac{360}{30}\left(\frac{450}{360}\right)}$$

$$2C = C\left(1+\frac{i^{\frac{360}{30}}}{12}\right)^{15}$$

$$\frac{2C}{C} = \left(1+\frac{i^{\frac{360}{30}}}{12}\right)^{15}$$

$$2^{\frac{1}{15}} = \left[\left(1+\frac{i^{\frac{360}{30}}}{12}\right)^{15}\right]^{\frac{1}{15}}$$

$$\left(2^{\frac{1}{15}}-1\right)12 = i^{\frac{360}{30}}$$

$0.567529 = i^{\frac{360}{30}}$ es la tasa anual pagadera mensualmente con la que se duplica un capital C durante 15 meses.

Para conocer el tiempo en que se triplicará una inversión C a la misma tasa, entonces:

$$3C = C\left(1+\frac{0.567529}{\frac{360}{30}}\right)^{\frac{360}{30}t \leftarrow \text{expresado en años}}$$

$$3C = C\left(1+\frac{0.567529}{12}\right)^{12t}$$

$$\frac{3C}{C} = \left(1+\frac{0.567529}{12}\right)^{12t}$$

$$\log(3) = \log\left[\left(1+\frac{0.567529}{12}\right)^{12t}\right]$$

$$\log(3) = (12t)\log\left(1+\frac{0.567529}{12}\right)$$

$$\frac{\log(3)}{12\log\left(1+\frac{0.567529}{12}\right)} = t$$

El resultado de la operación se multiplica por 12 para obtener el resultado en meses.

$$\left[\frac{\log(3)}{12\log\left(1+\frac{0.567529}{12}\right)}\right](12) = t$$

$$23.774437 = t$$

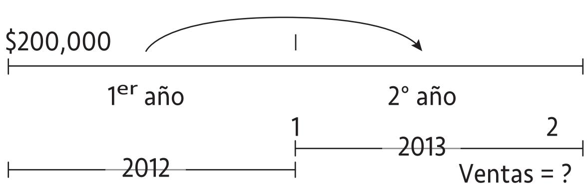
Respuesta

23.77 meses (23 meses con 23 días) es el tiempo que se necesita para triplicar la inversión.

Problema 3

Las ventas al menudeo se han incrementado a razón de 5% anual. Si las ventas fueron de $200,000 en el año, ¿cuáles serán las ventas estimadas dentro de dos años si se mantiene el ritmo de crecimiento?

Solución



Si la tasa de incremento se mantiene constante, las ventas estimadas dos años después serán:

$$\text{Ventas} = 200{,}000\,(1 + 0.05)^2$$

$$\text{Ventas} = 220{,}500$$

Respuesta

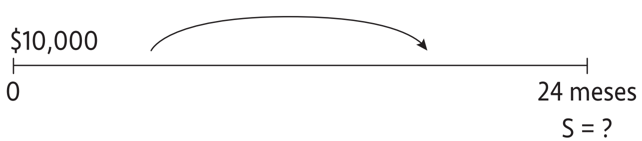
$220,500 será el volumen de ventas estimadas dos años después.

Problema 4

Una empresa deposita $10,000 en una cuenta de ahorros que paga 13% anual convertible semestralmente, ¿cuál será el monto de la inversión después de 24 meses? Calcule por el método aproximado.

Solución

La unidad de tiempo es el semestre.



Si considera el año de 360 días, obtiene:

$$S = 10{,}000\left(1 + \frac{0.13}{\frac{360}{180}}\right)^{\frac{360}{180}\left(\frac{720}{360}\right)}$$

$$S = 12{,}864.66351$$

Respuesta

$12,864.66 será el monto de la inversión después de 24 meses.

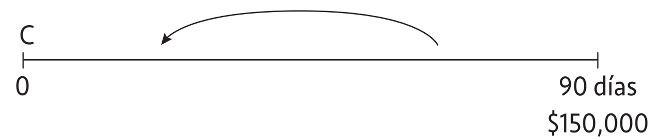
Problema 5

Se descuenta un pagaré con valor de $150,000 en 90 días; el banco carga una tasa de 15% de interés capitalizable mensualmente. Determine el capital utilizando el método aproximado u ordinario.

Solución

Considere el año de 360 días.

La unidad de tiempo es el mes



$$S = C\left(1 + \frac{i^m}{m}\right)^{mt}$$

$$150{,}000 = C\left(1 + \frac{0.15}{\frac{360}{30}}\right)^{\frac{360}{30}\left(\frac{90}{360}\right)}$$

$$150{,}000\left(1 + \frac{0.15}{12}\right)^{-3} = C$$

$$144{,}512.7493 = C$$

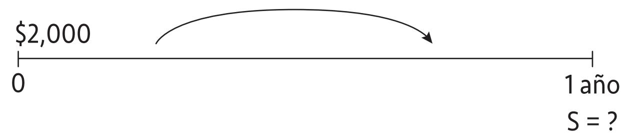
Respuesta

$144,512.7493 es el valor descontado del pagaré.

Problema 6

¿Cuál será el monto después de un año si se invierten \$2,000 a 8% convertible: *a)* mensualmente, *b)* trimestralmente, *c)* semestralmente, *d)* anualmente?

Solución



a) La unidad de tiempo es el mes.

Con tasa de interés nominal i^m

$$S = C\left(1+\frac{i^m}{m}\right)^{mt \leftarrow \text{expresado en años}}$$

$$S = 2{,}000\left(1+\frac{0.08}{\frac{360}{30}}\right)^{\frac{360}{30}(1)}$$

$$S = 2{,}165.999014$$

b) La unidad de tiempo es el trimestre.

$$S = 2{,}000\left(1+\frac{0.08}{\frac{360}{90}}\right)^{\frac{360}{90}(1)}$$

$$S = 2{,}164.86432$$

c) La unidad de tiempo es el semestre.

$$S = 2{,}000\left(1+\frac{0.08}{\frac{360}{180}}\right)^{\frac{360}{180}(1)}$$

$$S = 2{,}163.20$$

d) La unidad de tiempo es el año.

$$S = 2{,}000\left(1+\frac{0.08}{\frac{360}{360}}\right)^{\frac{360}{360}(1)}$$

$$S = 2{,}160$$

Respuesta

a) \$2,165.99, *b)* \$2,164.86, *c)* \$2,163.20, *d)* \$2,160

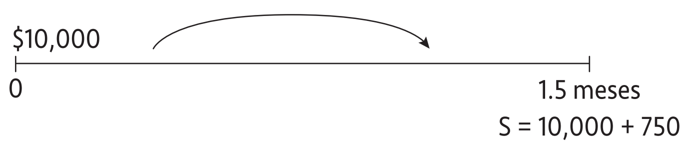
Capital C (\$)	Tasa i^m (%)	Periodo de capitalización (Unidad de tiempo)	No. de veces que se paga la tasa al año M	Plazo T(anual)	Monto S (\$)
2,000	8	Mensual	12	1	2,165.99
2,000	8	Trimestral	4	1	2,164.86
2,000	8	Semestral	2	1	2,163.20
2,000	8	Anual	1	1	2,160.00

Observe que el valor futuro del capital cambia aunque la tasa de interés (8%) es la misma, lo cual obedece a que influye el número de veces que se capitalizan los intereses al año. En otras palabras, el periodo unitario determina la acción de la tasa de interés.

Problema 7

Por un préstamo de $10,000 se pagaron intereses de $750; el plazo del préstamo fue de mes y medio. Encuentre: *a)* la tasa anual pagadera mensualmente, *b)* la tasa anual pagadera semestralmente.

Solución



Dado que la tasa de interés proporcionada es nominal, se empleará el modelo:

$$S = C\left(1+\frac{i^{m}}{m}\right)^{mt}$$

a) La unidad de tiempo es el mes.

$$10{,}750 = 10{,}000\left(1+\frac{i^{\frac{360}{30}}}{\frac{360}{30}}\right)^{\frac{360}{30}\left(\frac{45}{360}\right)}$$

$$\frac{10{,}750}{10{,}000} = \left(1+\frac{i^{\frac{360}{30}}}{12}\right)^{\frac{45}{30}}$$

$$\left(\frac{10{,}750}{10{,}000}\right)^{\frac{30}{45}} = \left[\left(1+\frac{i^{\frac{360}{30}}}{12}\right)^{\frac{45}{30}}\right]^{\frac{30}{45}}$$

$$\left[\left(\frac{10{,}750}{10{,}000}\right)^{\frac{30}{45}}-1\right](12) = i^{\frac{360}{30}}$$

$$0.5927 = i^{\frac{360}{30}}$$

b) La unidad de tiempo es el semestre.

$$10{,}750 = 10{,}000\left(1+\frac{i^{\frac{360}{180}}}{\frac{360}{180}}\right)^{\frac{360}{180}\left(\frac{45}{360}\right)}$$

$$\frac{10{,}750}{10{,}000} = \left(1+\frac{i^{\frac{360}{180}}}{2}\right)^{\frac{45}{180}}$$

$$\left(\frac{10{,}750}{10{,}000}\right)^{\frac{180}{45}} = \left[\left(1+\frac{i^{\frac{360}{180}}}{2}\right)^{\frac{45}{180}}\right]^{\frac{180}{45}}$$

$$\left[\left(\frac{10{,}750}{10{,}000}\right)^{\frac{180}{45}}-1\right](2) = i^{\frac{360}{180}}$$

$$0.6709 = i^{\frac{360}{180}}$$

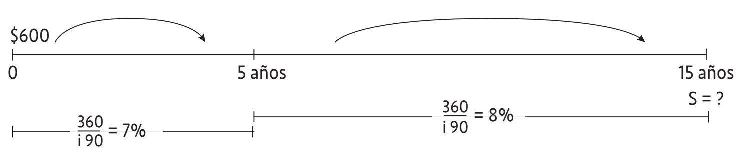
Respuesta

a) 59.27% es la tasa anual pagadera mensualmente, *b)* 67.09% es la tasa anual pagadera semestralmente.

Problema 8

¿Cuál será el valor acumulado de $600 al final de 15 años si la tasa de interés es variable, esto es, si se paga 7% capitalizable trimestralmente durante los primeros 5 años, y 8% capitalizable trimestralmente durante el tiempo restante?

Solución



Se empleará el modelo de capitalización del capital con tasa de interés nominal:

$$S = C\left(1 + \frac{i^m}{m}\right)^{mt}$$

Al final del 5° año el valor acumulado será:

$$S = 600\left(1 + \frac{0.07}{\frac{360}{90}}\right)^{\frac{360}{90}\left(\frac{1800}{360}\right)}$$

$$S = 848.866917$$

Del 5° al 15° año el valor acumulado será:

$$S = 848.866917\left(1 + \frac{0.08}{\frac{360}{90}}\right)^{\frac{360}{90}\left(\frac{3600}{360}\right)}$$

$$S = 848.866917\left(1 + \frac{0.08}{4}\right)^{\frac{3600}{90}}$$

$$S = 1{,}874.33$$

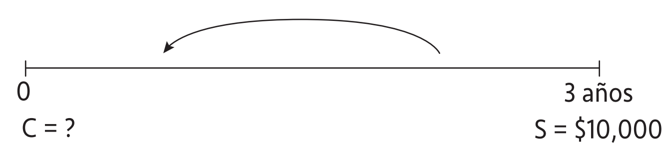
Respuesta

$1,874.33 será el valor acumulado.

Problema 9

Encuentre el valor presente de $10,000 con vencimiento al final de 3 años si el dinero se evalúa a: *a)* 3% convertible mensualmente, *b)* 5.5% convertible trimestralmente.

Solución



Se empleará el modelo de acumulación del capital con tasa de interés nominal:

$$S = C\left(1 + \frac{i^m}{m}\right)^{mt}$$

a) La unidad de tiempo es el mes.

$$10{,}000 = C\left(1 + \frac{0.03}{\frac{360}{30}}\right)^{\frac{360}{30}\left(\frac{1080}{360}\right)}$$

$$10{,}000 = C\left(1 + \frac{0.03}{12}\right)^{36}$$

$$10{,}000\left(1 + \frac{0.03}{12}\right)^{-36} = C$$

$$9{,}140.33 = C$$

b) La unidad de tiempo es el trimestre.

$$10{,}000 = C\left(1 + \frac{0.055}{\frac{360}{90}}\right)^{\frac{360}{90}\left(\frac{1080}{360}\right)}$$

$$10{,}000 = C\left[\left(1 + \frac{0.055}{4}\right)^{12}\right]$$

$$\frac{10{,}000}{\left(1 + \frac{0.055}{4}\right)^{12}} = C$$

$$8{,}488.47 = C$$

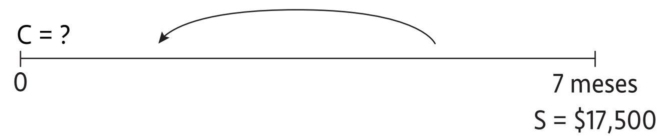
Respuesta

a) \$9,140.33, *b)* \$8,488.47

Problema 10

Una persona pagó \$17,500 por una deuda con vencimiento a 7 meses. Si la tasa de interés fue de 10 ¼% convertible cada 28 días, ¿cuál fue el capital prestado?

Solución



La unidad de tiempo equivale a un periodo de 28 días.

$$S = C\left(1 + \frac{i^m}{m}\right)^{mt} \leftarrow \text{expresado en años}$$

$$17{,}500 = C\left(1 + \frac{0.1025}{\frac{360}{28}}\right)^{\frac{360}{28}\left(\frac{210}{360}\right)}$$

$$17{,}500 = C\left(1 + \frac{0.1025}{\frac{360}{28}}\right)^{\frac{210}{28}}$$

$$\frac{17{,}500}{\left(1 + \frac{0.1025}{\frac{360}{28}}\right)^{\frac{210}{28}}} = C$$

$$16{,}488.22173 = C$$

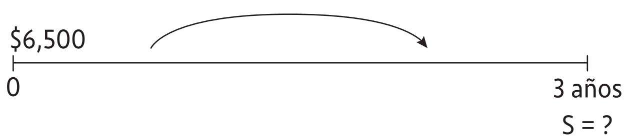
Respuesta

$16,488.22173 es el capital prestado o valor presente de $17,500 pesos con vencimiento a 7 meses.

Problema 11

¿Cuál es el monto que se generará con un capital de $6,500 en tres años a 5.5% convertible trimestralmente?

Solución



La unidad de tiempo es el trimestre.

$$S = C\left(1+\frac{i^m}{m}\right)^{mt\ \leftarrow \text{expresado en años}}$$

$$S = 6,500\left(1+\frac{0.055}{\frac{360}{90}}\right)^{\frac{360}{90}\left(\frac{1080}{360}\right)}$$

$$S = 6,500\left(1+\frac{0.055}{4}\right)^{12}$$

$$S = 7,657.442834$$

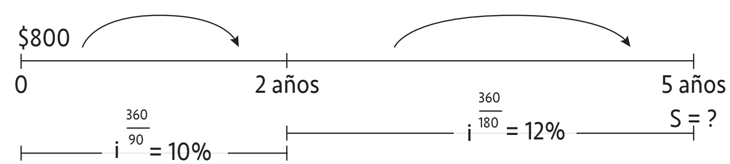
Respuesta

$7,657.44 es el monto generado durante tres años.

Problema 12

Un capital de $800 se invierte a una tasa de 10% anual capitalizable trimestralmente durante los primeros 2 años y de 12% anual capitalizable semestralmente durante los siguientes 3 años. Encuentre el valor acumulado de la inversión al final del quinto año.

Solución



Para el primer periodo la unidad de tiempo es el trimestre.

$$S = C\left(1+\frac{i^m}{m}\right)^{mt\ \leftarrow \text{expresado en años}}$$

$$S = 800\left(1+\frac{0.10}{\frac{360}{90}}\right)^{\frac{360}{90}\left(\frac{720}{360}\right)}$$

$$S = 800\left(1+\frac{0.10}{4}\right)^{\frac{720}{90}}$$

$$S = 974.722318$$

Esta cantidad corresponde al monto después de 2 años.

Para el segundo periodo la unidad de tiempo es el semestre:

$$S = 974.722318\left(1+\frac{0.12}{\frac{360}{180}}\right)^{\frac{360}{180}\left(\frac{1080}{360}\right)}$$

$$S = 974.722318\left(1+\frac{0.12}{2}\right)^{\frac{1080}{180}}$$

$$S = 1{,}382.662237$$

Respuesta

$1,382.66 es el monto o valor acumulado al final de 5 años de un capital de $800.00

También puede resolverse de la siguiente manera.

$$S = 800\left(1+\frac{0.10}{\frac{360}{90}}\right)^{\frac{360}{90}\left(\frac{720}{360}\right)}\left(1+\frac{0.12}{\frac{360}{180}}\right)^{\frac{360}{180}\left(\frac{1080}{360}\right)}$$

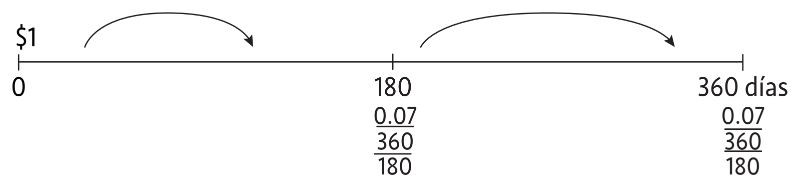
$$S = 1{,}382.662237$$

Problema 13

¿Qué tasa nominal capitalizable al trimestre equivale a 7% convertible semestralmente?

Solución

La tasa proporcionada se paga semestralmente. Considere un capital de $1.

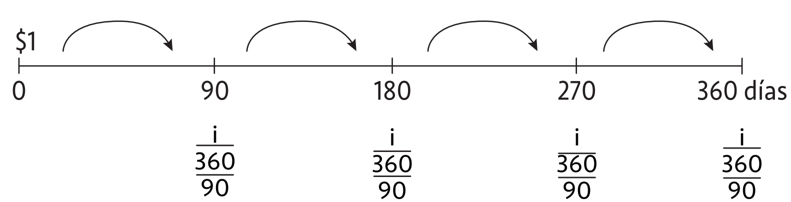


El valor acumulado de $1 al final del año es:

$$S = \$1\left(1+\frac{0.07}{\frac{360}{180}}\right)^{\frac{180}{180}}\left(1+\frac{0.07}{\frac{360}{180}}\right)^{\frac{180}{180}} \qquad (1)$$

$$S = 1.071225$$

Dado que se pidió una tasa equivalente anual convertible cada trimestre, se debe cumplir que con el mismo capital ($1), y durante el mismo plazo (un año), se acumule la misma cantidad S adquirida con 7% anual convertible semestralmente:



Se debe cumplir que (1) y (2) sean iguales para que ambas tasas se consideren equivalentes:

$$S = 1\left(1+\frac{i^{\frac{360}{90}}}{\frac{360}{90}}\right)^{\frac{90}{90}}\left(1+\frac{i^{\frac{360}{90}}}{\frac{360}{90}}\right)^{\frac{90}{90}}\left(1+\frac{i^{\frac{360}{90}}}{\frac{360}{90}}\right)^{\frac{90}{90}}\left(1+\frac{i^{\frac{360}{90}}}{\frac{360}{90}}\right)^{\frac{90}{90}} \qquad (2)$$

$$1\left(1+\frac{0.07}{\frac{360}{180}}\right)^{\frac{360}{180}} = 1\left(1+\frac{i^{\frac{360}{90}}}{\frac{360}{90}}\right)^{\frac{360}{90}}$$

$$\left(1+\frac{0.07}{2}\right)^{2} = \left(1+\frac{i^{\frac{360}{90}}}{4}\right)^{4}$$

$$1.071225 = \left(1+\frac{i^{\frac{360}{90}}}{4}\right)^{4}$$

$$\left(1.071225\right)^{\frac{1}{4}} = \left[\left(1+\frac{i^{\frac{360}{90}}}{4}\right)^{4}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$\left(1.071225\right)^{\frac{1}{4}} = 1+\frac{i^{\frac{360}{90}}}{4}$$

$$\left(1.071225\right)^{\frac{1}{4}} - 1 = \frac{i^{\frac{360}{90}}}{4}$$

$$\left[\left(1.071225\right)^{\frac{1}{4}} - 1\right](4) = i^{\frac{360}{90}}$$

$$0.06939798988 = i^{\frac{360}{90}}$$

Respuesta

6.9397% es la tasa anual capitalizable trimestralmente equivalente a una tasa anual capitalizable semestralmente de 7%.

Problema 14

Verifique que ambas tasas de interés del ejercicio anterior sean equivalentes: ¿cuál es el valor acumulado de un capital de $10,000 invertido durante 7 meses? Emplee cada una de las dos tasas para llegar al mismo resultado.

$100,000

0 — 7 meses

S = ?

$$S = C\left(1+\frac{i^{m}}{m}\right)^{mt}$$

Primer caso	Segundo caso
La unidad de tiempo es el semestre	La unidad de tiempo es el trimestre
i = 7% anual convertible	i = 6.93... % anual convertible trimestralmente
$S = 10{,}000\left(1+\frac{0.07}{\frac{360}{180}}\right)^{\frac{360}{180}\left(\frac{210}{360}\right)}$	$S = 10{,}000\left(1+\frac{0.06939798988}{\frac{360}{90}}\right)^{\frac{360}{90}\left(\frac{210}{360}\right)}$
$S = 10{,}000\left(1+\frac{0.07}{2}\right)^{\frac{210}{180}}$	$S = 10{,}000\left(1+\frac{0.06939798988}{4}\right)^{\frac{210}{90}}$
S = 10,409.51291	S = 10,409.51291

Como se observa en el cuadro anterior la equivalencia se cumple, las dos tasas de interés producen el mismo monto a partir del mismo capital.

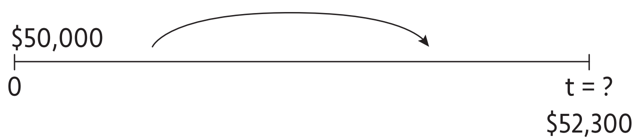
Respuesta

\$10,409.51291 para ambos casos.

Problema 15

¿Durante cuánto tiempo se invirtió un capital de \$50,000 hasta alcanzar un monto de \$52,300 a 12% anual convertible bimestralmente?

Solución



La unidad de tiempo es el bimestre

$$S = C\left(1+\frac{i^m}{m}\right)^{mt}$$

$$52{,}300 = 50{,}000\left(1+\frac{0.12}{\frac{360}{60}}\right)^{\frac{360}{60}t} \quad \leftarrow \text{expresado en años}$$

$$\frac{52{,}300}{50{,}000} = \left(1+\frac{0.12}{6}\right)^{6t}$$

$$\log\left(\frac{52{,}300}{50{,}000}\right) = \log\left[\left(1+\frac{0.12}{6}\right)^{6t}\right]$$

$$\log\left(\frac{52{,}300}{50{,}000}\right) = 6t\log\left(1+\frac{0.12}{6}\right)$$

$$\frac{\log\left(\frac{52{,}300}{50{,}000}\right)}{6\log\left(1+\frac{0.12}{6}\right)} = t$$

$$0.3785134583 = t$$

El resultado obtenido es en años; para obtener los días que se invirtieron se debe multiplicar por 360. Así,

$$0.3785134583(360) = 136.264845$$

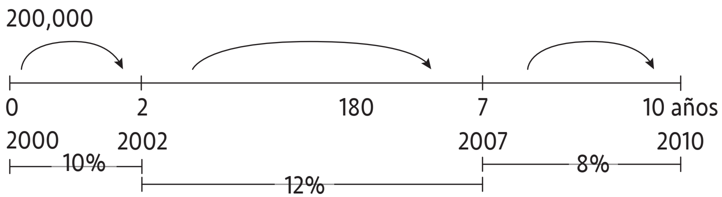
Respuesta

136 días aproximadamente

Problema 16

En el año 2000, la producción de automóviles fue de 200,000 unidades; ¿cuál será la producción en 2010 si crece 10% anual en los primeros 2 años, 12% en los siguientes 5 años y 8% anual en los últimos?

Solución



$$S = C\,(1 + i)^t$$

$$S = 200{,}000\,(1 + 0.10)^2$$
$$S = 242{,}000$$

En los primeros 2 años se producirán 242,000 automóviles (2002).

$$S = 242{,}000\,(1 + 0.12)^5$$
$$S = 426{,}486.6873$$

En los siguientes 5 años se producirán 426,486 automóviles (2007).

$$S = 426{,}486\,(1 + 0.08)^3$$
$$S = 537{,}250.3978$$

En los siguientes 3 años, se producirán 537,250 automóviles (2010).

Respuesta

La producción para el 2010 será de 537,250 automóviles.

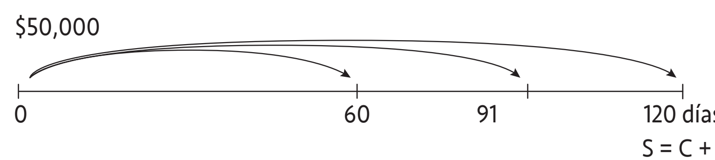
También se puede resolver directamente.

$$S = 200{,}000\,(1 + 0.10)^2\,(1 + 0.12)^5\,(1 + 0.08)^3$$
$$S = 537{,}250$$

Problema 17

Para verificar que los rendimientos obtenidos con el modelo de interés compuesto no siempre son mejores que los obtenidos con el interés simple, calcule el interés con ambos modelos para una inversión de $50,000, colocados a 8.6% anual pagadero cada 91 días y para un plazo de: *a)* 60 días, *b)* 91 días, *c)* 120 días.

Solución



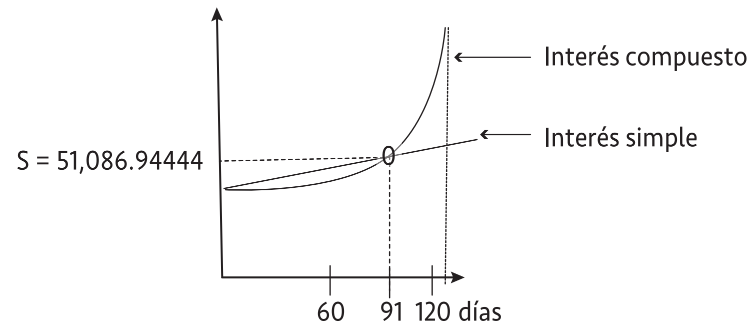
Modelo de interés simple	Modelo de interés compuesto
$S = C\,(1 + it)$	$S = C\left(1 + \frac{i^m}{m}\right)^{mt}$
a) La unidad de tiempo es de 91 días; el plazo es de 60 días	
$S = 50{,}000\left[1 + \frac{0.086}{\frac{360}{91}}\left(\frac{60}{91}\right)\right]$	$S = 50{,}000\left(1 + \frac{0.086}{\frac{360}{91}}\right)^{\frac{360}{91}\left(\frac{60}{360}\right)}$
$S = 50{,}716.666677$	$S = 50{,}714$

b) La unidad de tiempo es de 91 días; el plazo es de 91 días	
$S = 50{,}000\left[1+\dfrac{0.086}{\frac{360}{91}}\left(\dfrac{91}{91}\right)\right]$	$S = 50{,}000\left(1+\dfrac{0.086}{\frac{360}{91}}\right)^{\frac{360}{91}\left(\frac{91}{360}\right)}$
S = 51,086.94444	S = 51,086.94444
c) La unidad de tiempo es de 91 días; el plazo es de 120 días	
$S = 50{,}000\left[1+\dfrac{0.086}{\frac{360}{91}}\left(\dfrac{120}{91}\right)\right]$	$S = 50{,}000\left(1+\dfrac{0.086}{\frac{360}{91}}\right)^{\frac{360}{91}\left(\frac{120}{360}\right)}$
S = 51,433.33	S = 51,438.27395

Respuesta

Para ambos modelos el interés obtenido resulta de la diferencia entre la inversión y la ganancia, así, para *a)* \$716.67 y \$714.04, *b)* 1,086.94 y 1,086.94, *c)* \$1,433.33 y \$1,438.27.

Observe que si el plazo es inferior al periodo de capitalización (inciso *a*), el modelo de interés simple produce mejores rendimientos. Si el plazo es igual al periodo de capitalización (inciso *b*), los rendimientos serán iguales para los modelos de interés simple y compuesto. Si el plazo es mayor al periodo de capitalización (inciso *c*) los rendimientos del modelo de interés compuesto serán mayores que los rendimientos de interés simple.



Lo anterior se expresa de la siguiente manera:

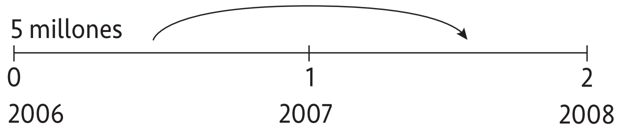
a) Si $t < 1 \rightarrow (1 + it) > (1 + i)^t$
b) Si $t = 1 \rightarrow (1 + it) = (1 + i)^t$
c) Si $t > 1 \rightarrow (1 + it) < (1 + i)^t$

a) Cuando el plazo de la inversión es inferior al periodo de capitalización, el modelo de interés simple produce mayores rendimientos que el modelo de interés compuesto.
b) Cuando el plazo de la inversión coincide con el periodo de capitalización, el modelo de interés simple produce los mismos rendimientos que el modelo de interés compuesto.
c) Cuando el plazo de la inversión es mayor al periodo de capitalización, el modelo de interés compuesto produce mayores rendimientos que el modelo de interés simple.

Problema 18

Las utilidades de una empresa se incrementaron a 5% anual. Si las utilidades para el año 2006 fueron de 5 millones, ¿cuáles serán las utilidades estimadas para los próximos dos años?

Solución



La unidad de tiempo es el año.

Para 2007:

$$S = C\,(1+i)^t$$

Si $t = 1$

$$S = 5{,}000{,}000\,(1+0.05)$$

$$S = 5{,}250{,}000$$

Para 2008:

$$S = C\,(1+i)^t$$

Si $t = 2$

$$S = 5{,}000{,}000\,(1+0.05)^2$$

$$S = 5{,}512{,}500$$

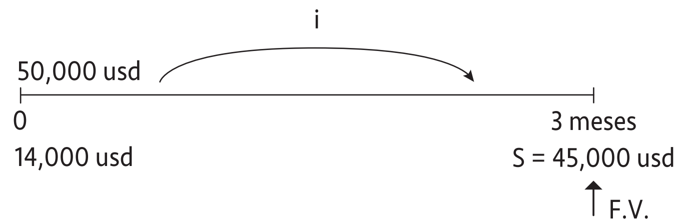
Respuesta

\$5,250,000 para 2007 y \$5,512,500 para 2008.

Problema 19

El precio de contado de un auto es de 50,000 dólares americanos; si se financia mediante 2 pagos, el primero de inmediato por 14,000 dólares y el segundo tres meses después por 45,000 dólares ¿cuál es la tasa de interés nominal capitalizable mensualmente que se cobra por el financiamiento?

Solución



La unidad de tiempo es el mes.

Primer método:
Se empleará el modelo de acumulación del capital que involucra a una tasa nominal.

$$S = C\left(1+\frac{i^m}{m}\right)^{mt \leftarrow \text{expresado en años}}$$

$$45{,}000 = 36{,}000\left(1+\frac{i^{\frac{360}{30}}}{\frac{360}{30}}\right)^{\frac{360}{30}\left(\frac{90}{360}\right)}$$

$$\frac{45{,}000}{36{,}000} = \left(1+\frac{i^{\frac{360}{30}}}{12}\right)^{\frac{90}{30}}$$

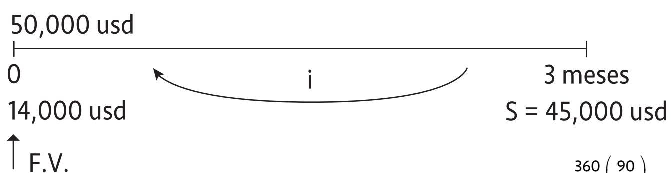
$$\left(\frac{45{,}000}{36{,}000}\right)^{\frac{30}{90}} = \left[\left(1+\frac{i^{\frac{360}{30}}}{12}\right)^{\frac{90}{30}}\right]^{\frac{30}{90}}$$

$$\left(\frac{45,000}{36,000}\right)^{\frac{30}{90}} - 1 = \frac{i^{\frac{360}{30}}}{12}$$

$$\left[\left(\frac{45,000}{36,000}\right)^{\frac{30}{90}} - 1\right](12) = i^{\frac{360}{30}}$$

$$0.92660814 = i^{\frac{360}{30}}$$

Segundo método:
Se puede elaborar una ecuación de valor que relacione el precio de contado con el financiamiento. Además, se cambiará la fecha de valuación al momento presente sólo para fines ilustrativos.



$$50,000 - 14,000 = 45,000\left(1+\frac{i^{\frac{360}{30}}}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{360}{30}\left(\frac{90}{360}\right)}$$

$$\left(\frac{50,000-14,000}{45,000}\right)^{-\frac{30}{90}} = \left[\left(1+\frac{i^{\frac{360}{30}}}{12}\right)^{-\frac{90}{30}}\right]^{\left(-\frac{30}{90}\right)}$$

$$\left(\frac{50,000-14,000}{45,000}\right)^{-\frac{30}{90}} - 1 = \frac{i^{\frac{360}{30}}}{12}$$

$$\left[\left(\frac{50,000-14,000}{45,000}\right)^{-\frac{30}{90}} - 1\right](12) = i^{\frac{360}{30}}$$

$$0.92660814 = i^{\frac{360}{30}}$$

Respuesta

92.66% es la tasa de interés nominal capitalizable, en ambos métodos.

Problema 20

¿Cuál de los siguientes bancos paga los mejores rendimientos? Analice las tasas.

Solución

Banco	Plazo (días)	Tasa anual (%)
Bancomer	28	6.5
Ixe	91	8.0
Santander	7	7.25

Las tasas de interés proporcionadas son anuales capitalizables m veces al año.

La respuesta puede obtenerse mediante dos métodos:

Primer método: Se empleará la inversión de $1,000 durante un año. El plazo será para los tres plazos de 28 días (lo mismo pudo haberse trabajado con 7 días o con 91 días.) La tasa seleccionada será la que proporcione el mayor valor futuro.

Segundo método: Se encontrará la equivalencia entre la tasa anual capitalizable m veces al año (la que se proporciona) y una tasa efectiva anual. La tasa seleccionada será la que proporcione el mayor valor futuro.

Primer método	Segundo método
$S = C\left(1+\frac{i^m}{m}\right)^{mt \leftarrow \text{expresado en años}}$	$(1+i) = \left(1+\frac{i^m}{m}\right)^{m}$
Bancomer; la unidad de tiempo es de 28 días	
$S = 1000\left(1+\frac{\frac{0.065}{360}}{28}\right)^{\frac{360}{28}\cdot\frac{28}{360}}$ S = 1,005.056	$(1+i) = \left(1+\frac{\frac{0.065}{360}}{28}\right)^{\frac{360}{28}}$ $i = \left(1+\frac{\frac{0.065}{360}}{28}\right)^{\frac{360}{28}} - 1$ i = 0.06698428726 La tasa efectiva anual será de 6.69%
Ixe; la unidad de tiempo es de 91 días	

Primer método	Segundo método
$S = 1000\left(1+\frac{\frac{0.08}{360}}{91}\right)^{\frac{360}{91}\cdot\frac{28}{360}}$ S = 1,006.179157	$(1+i) = \left(1+\frac{\frac{0.08}{360}}{91}\right)^{\frac{360}{91}}$ $i = \left(1+\frac{\frac{0.08}{360}}{91}\right)^{\frac{360}{91}} - 1$ i = 0.08242279071 La tasa efectiva anual será de 8.24%
Santander; la unidad de tiempo es de 7 días	
$S = 1000\left(1+\frac{\frac{0.0725}{360}}{7}\right)^{\frac{360}{7}\cdot\frac{28}{360}}$ S = 1,005.650824	$(1+i) = \left(1+\frac{\frac{0.0725}{360}}{7}\right)^{\frac{360}{7}}$ $i = \left(1+\frac{\frac{0.0725}{360}}{7}\right)^{\frac{360}{7}} - 1$ i = 0.07513791411 La tasa efectiva anual será de 7.51%

El siguiente cuadro muestra los rendimientos del primer método:

Banco	Capital C (-$)	Tasa anual i^m (%)	Periodo de capitalización (Unidad de tiempo en días)	Núm. de veces que se paga la tasa en el año	Plazo t (días)	Monto S ($)
Bancomer	1,000	6.5	28	$\frac{360}{28}$	28	1,005.06
Ixe	1,000	8.0	91	$\frac{360}{91}$	28	1,006.18
Santander	1,000	7.25	7	$\frac{360}{7}$	28	1,005.65

El siguiente cuadro muestra los rendimientos del segundo método:

Tasas equivalentes (tasas anualizadas)

Banco	Tasa nominal i^m (%)	Periodo de capitalización (días)	No. de veces que se paga en el año	Tasa efectiva anual (%)
Bancomer	6.5	28	$\frac{360}{28}$	6.69
Ixe	8.0	91	$\frac{360}{91}$	8.24
Santander	7.25	7	$\frac{360}{7}$	7.51

Respuesta:

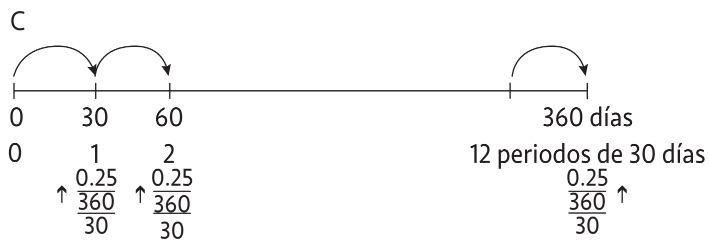
El banco Ixe paga los mejores rendimientos (8.24%), seguido del banco Santander (7.51%), y el que paga los rendimientos más bajos es Bancomer (6.69%).

Problema 21

¿Cuál es la tasa nominal capitalizable quincenalmente, equivalente a una tasa de 25% nominal capitalizable mensualmente?

Solución

La tasa nominal opera gráficamente de la siguiente manera:



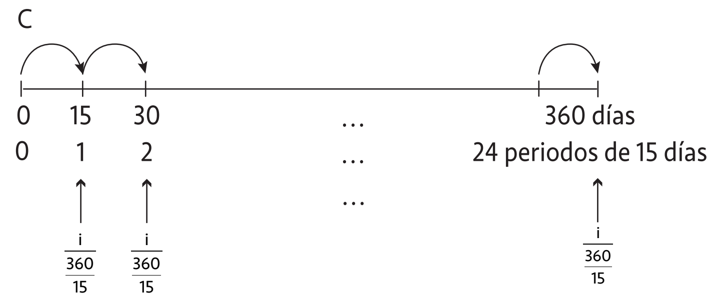
La tasa proporcionada se paga mensualmente. La equivalencia entre dos tasas nominales i^{m1} e i^{m2} es:

$$\left(1+\frac{i^{m1}}{m1}\right)^{m1}=\left(1+\frac{i^{m2}}{m2}\right)^{m2}$$

El valor acumulado de $1 al final de un año es:

$$S=1\left(1+\frac{0.25}{\frac{360}{30}}\right)^{\frac{360}{30}} \qquad (1)$$

Dado que se pidió una tasa equivalente anual convertible quincenalmente, se debe cumplir que con el mismo capital ($1), y durante el mismo plazo (un año) se acumule la misma cantidad S adquirida con 25% anual convertible mensualmente:



$$S=1\left(1+\frac{i^{\frac{360}{15}}}{\frac{360}{15}}\right)^{\frac{360}{15}} \qquad (2)$$

Se debe cumplir que (1) y (2) sean iguales para que ambas tasas se consideren equivalentes:

$$1\left(1+\frac{0.25}{\frac{360}{30}}\right)^{\frac{360}{30}}=1\left(1+\frac{i^{\frac{360}{15}}}{\frac{360}{15}}\right)^{\frac{360}{15}}$$

$$1\left(1+\frac{0.25}{12}\right)^{12}=1\left(1+\frac{i^{\frac{360}{15}}}{24}\right)^{24}$$

$$\left[1\left(1+\frac{0.25}{12}\right)^{12}\right]^{\frac{1}{24}}-1=\frac{i^{\frac{360}{15}}}{24}$$

$$\left(\left[1\left(1+\frac{0.25}{12}\right)^{12}\right]^{\frac{1}{24}}-1\right)(24)=i^{\frac{360}{15}}$$

$$0.248711306=i^{\frac{360}{15}}$$

Respuesta

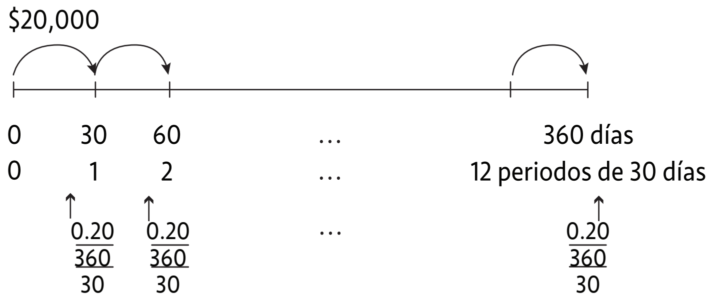
24.8711% es la tasa de interés nominal convertible quincenalmente equivalente a 25% nominal convertible mensualmente.

Problema 22

Si se invierten $20,000 en una cuenta que paga 20% nominal anual capitalizable mensualmente, ¿cuál es la tasa efectiva que se pagará en tres meses?

Solución

La tasa nominal opera gráficamente de la siguiente manera:



Considere una tasa nominal pagadera mensualmente.

$$S = 20{,}000\left(1+\frac{0.20}{\frac{360}{30}}\right)^{\frac{360}{30}\left(\frac{90}{360}\right)} \qquad (1)$$

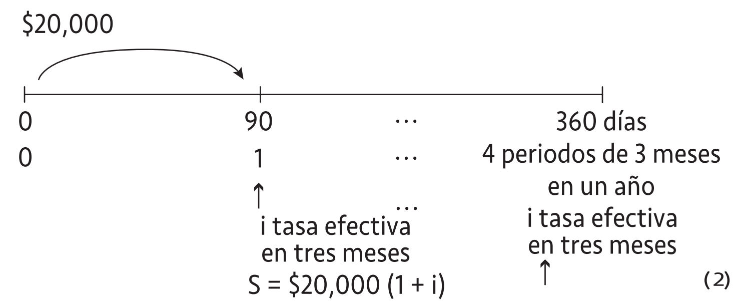
$$S = 21{,}016.75$$

La tasa efectiva mensual es: $\dfrac{0.20}{\frac{360}{30}} = 0.016666$

Dado que se pidió una tasa efectiva que se pague en tres meses, se debe cumplir que con el mismo capital ($20,000), y durante el mismo tiempo (3 meses), se acumule la misma cantidad S adquirida con 20% anual convertible mensualmente.

La equivalencia entre una tasa nominal i^m y una tasa efectiva i es:

$$\left(1+\frac{i^{m1}}{m1}\right)^{mt} = (1+i)^t$$



Se debe cumplir que (1) y (2) sean iguales para que ambas tasas se consideren equivalentes:

$$\left(1+\frac{0.20}{\frac{360}{30}}\right)^3 = (1+i)$$

$$\left(1+\frac{0.20}{12}\right)^3 - 1 = i$$

$$0.05083796296 = i$$

Comprobación:

$$S = 20{,}000\,(1 + 0.05083796296)$$

$$S = 21{,}016.75$$

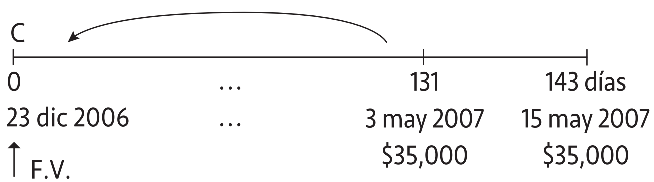
Respuesta

5.083% es la tasa efectiva trimestral.

Problema 23

El 23 de diciembre de 2006 se realizó un préstamo, el cual se acordó liquidar mediante dos pagos de \$35,000 cada uno a efectuarse el 3 y el 15 de mayo del siguiente año; la tasa de interés cobrada fue de 17% capitalizable diariamente. Determine: *a)* ¿cuál fue el capital prestado?, *b)* ¿cuánto se pagó por concepto de interés? Use la regla ordinaria.

Solución



La unidad de tiempo es el día.

a) Para encontrar el capital prestado se utilizará una ecuación de valor:

$$C = 35{,}000\left(1 + \frac{0.17}{360}\right)^{-131} + 35{,}000\left(1 + \frac{0.17}{360}\right)^{-143}$$

$$C = 65{,}616.03$$

b) Para conocer el interés que se pagó:

$$I = (35{,}000 + 35{,}000) - 65{,}616.03$$

$$I = 4{,}383.96$$

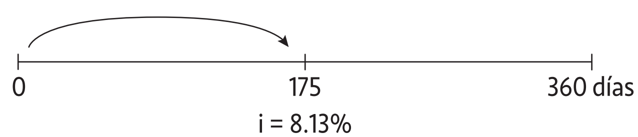
Respuesta

a) \$65,616.03 es el capital prestado, *b)* \$4,383.96 es el monto del interés pagado.

Problema 24

Encuentre la tasa anualizada equivalente a una tasa nominal de 8.13%, convertible cada 175 días.

Solución



Dado que se pidió una tasa anualizada equivalente a la tasa proporcionada, entonces:

$$\left(1 + i\right) = \left(1 + \frac{i^m}{m}\right)^m$$

$$\left(1 + i\right) = \left(1 + \frac{0.0813}{\frac{360}{175}}\right)^{\frac{360}{175}}$$

$$i = \left(1 + \frac{0.0813}{\frac{360}{175}}\right)^{\frac{360}{175}} - 1$$

$$i = 0.08299958985$$

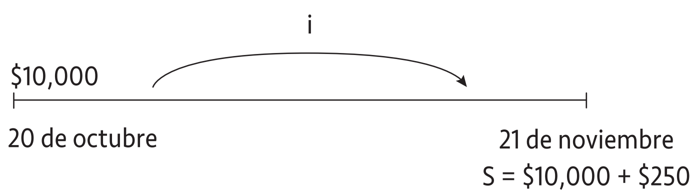
Respuesta

8.2999% es la tasa anualizada.

Problema 25

El 20 de octubre se invierte una suma de \$10,000 y se retiró el 21 de noviembre del mismo año, ganando un interés de \$250. Encuentre la tasa de interés anual pagada: *a)* mediante la regla exacta, *b)* mediante la regla ordinaria.

Solución



La unidad de tiempo es el año; se calculará una tasa efectiva anual.

$$S = C\left(1 + i\right)^{t}$$

a) Regla exacta: número exacto de días entre dos fechas y el año de 365 días.	b) Regla ordinaria: año de 360 días y mes de 30 días
$10{,}250 = 10{,}000\left(1+i\right)^{\frac{32}{365}}$	$10{,}250 = 10{,}000\left(1+i\right)^{\frac{31}{360}}$
$\frac{10{,}250}{10{,}000} = \left(1+i\right)^{\frac{32}{365}}$	$\frac{10{,}250}{10{,}000} = \left(1+i\right)^{\frac{31}{360}}$
$\left(\frac{10{,}250}{10{,}000}\right)^{\frac{365}{32}} = \left[\left(1+i\right)^{\frac{32}{365}}\right]^{\frac{365}{32}}$	$\left(\frac{10{,}250}{10{,}000}\right)^{\frac{360}{31}} = \left[\left(1+i\right)^{\frac{31}{360}}\right]^{\frac{360}{31}}$
$\left(\frac{10{,}250}{10{,}000}\right)^{\frac{365}{32}} - 1 = i$	$\left(\frac{10{,}250}{10{,}000}\right)^{\frac{360}{31}} - 1 = i$
$1.3253149 - 1 = i$	$1.332095 - 1 = i$

Respuesta

a) 32.53%, *b)* 33.20%

Problema 26

De las siguientes tasas: *a)* 8% anual convertible trimestralmente, y *b)* 9.5% anual capitalizable cada 182 días, ¿cuál tasa paga los mejores rendimientos? Considere un capital de \$100 invertido durante un año para comparar los rendimientos de ambas tasas.

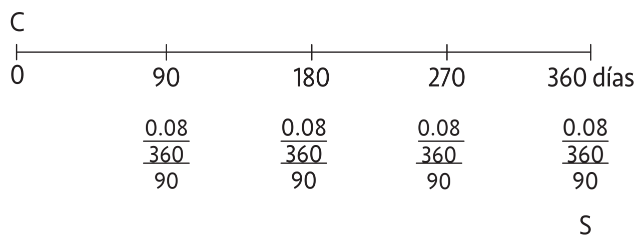
Solución

$$S = C\left(1 + \frac{i^m}{m}\right)^{mt} \leftarrow \text{expresado en años}$$

3

Las tasas referidas se pagan al final de un periodo unitario:

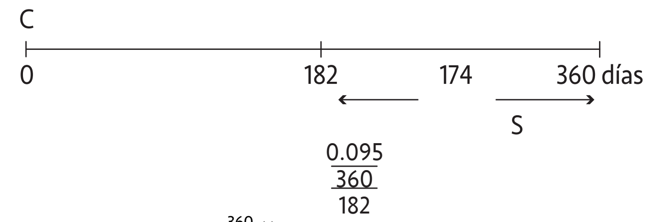
a) 8% anual convertible trimestralmente.



$$S = 100\left(1+\frac{0.08}{\frac{360}{90}}\right)^{\frac{360}{90}(1)}$$

$S = 108.24$

b) 9.5% anual capitalizable cada 182 días.



$$S = 100\left(1+\frac{0.095}{\frac{360}{182}}\right)^{\frac{360}{182}(1)}$$

$S = 109.72$

Respuesta

El 9.5% anual capitalizable cada 182 días paga el mejor rendimiento.

4
Ecuación de valor

Objetivo: Formular una ecuación de tiempo y valor a partir de la identificación del principio de equitatividad, que hace que tanto el deudor como el acreedor ganen en la transacción financiera.

Ecuación de valor

1. Si un documento con valor de $250,000 al vencimiento se liquida en 5 años, determine el importe de los pagos si la deuda se liquida en: *a)* 2 años, *b)* 7 años. Considere una tasa de interés de 25%, capitalizable semestralmente.

Respuesta:

- Interés simple: *a)* $142,857.14 (dos años), *b)* $375,000.00 (siete años).
- Interés compuesto: *a)* $123,317.55 (dos años), *b)* $400,451.66 (siete años).

2. Una persona contrae una deuda que debe liquidar mediante dos pagos, uno de $50,000 en un año y otro de $800 en dos años. ¿Qué cantidad deberá pagar para liquidar la deuda en un solo pago? (La tasa de interés vigente es de 50% convertible mensualmente). Considere que: *a)* el pago se realiza en este momento, *b)* el pago se realiza en año y medio, *c)* el pago se realiza en dos años.

Respuesta:

- Interés simple: *a)* $33,733.33 (en este momento), *b)*$63,140 (en año y medio), *c)* $75,800 (en dos años).
- Interés compuesto: *a)* $30,935 (en este momento), *b)* $64,502.12 (en año y medio), *c)* $82,404.71 (en dos años).

3. Se contrata una deuda de $12,000 a una tasa de 21% nominal, capitalizable trimestralmente. El acreedor acepta a cambio recibir dos pagos, uno a los 7 meses y otro después de 9 meses. Si el primer pago es la mitad del importe del segundo, encuentre el importe de cada pago parcial.

Respuesta:

- Interés simple: $4,582.37 para 7 meses y $9,164.75 para 9 meses.
- Interés compuesto: $4,610.33 para 7 meses y $9,220.65 para 9 meses.

4. A cambio de realizar un pago de $2,000 después de 4 meses y otro de $5,000 después de 10 meses, un inversionista acuerda pagar $3,000 inmediatamente y realizar un pago adicional tres meses después. Encuentre la cantidad del pago adicional si la tasa de interés es: *a)* 6% efectivo anual y *b)* 6% capitalizable mensualmente.

Respuesta:

- Interés simple: *a)* $3,778.52, *b)* $3,778.52.
- Interés compuesto: *a)* $3,779.19, *b)* $3,773.27.

5. Una persona debe efectuar tres pagos: $5,000 en forma inmediata, $4,000 al final de 8 meses, y $10,000 dentro de un año; sin embargo, el acreedor concede reestructurar la deuda por pago único, igual a la suma de las obligaciones originales.

¿Cuál será la fecha equivalente en la que debe realizarse el pago único? La tasa de interés es de 15% nominal, capitalizable semestralmente.

Respuesta:

- Interés simple: 231 días aproximadamente.
- Interés compuesto: 235 días aproximadamente.

6. ¿Cuál será el importe de cada uno de los cuatro pagos anuales que tendrán que hacerse para liquidar una deuda de $20,000 con vencimiento el día de hoy, suponiendo un rendimiento de 4% convertible trimestralmente, si el pago es vencido?

Respuesta:

- Interés simple: $5,490.90.
- Interés compuesto: $5,517.65

7. Se dispone que una herencia se reparta entre 3 hijos cuyas edades son 5, 12 y 17 años, de modo que al cumplir 18 años cada uno de ellos reciba la parte que les corresponde. Las instrucciones al respecto son que el pago para cada hijo sea 10% superior al pago recibido por el hermano que le antecede. Si la herencia se invierte a 8.5% anual, capitalizable mensualmente, ¿cuál será el importe que recibirá cada uno de los hijos? Considere que la herencia es de $1,000,000.

Respuesta:

- Interés simple: $422,309.15 (primer hijo); $ 464,540.06 (segundo hijo); $510,994.07 (tercer hijo).
- Interés compuesto: $504,324.54 (primer hijo); $554,756.99 (segundo hijo); $610,232.69 (tercer hijo).

8. ¿En qué fecha se tendría que realizar un pago de $15,000 para sustituir tres pagos a efectuarse dentro de 2, 3 y 5 meses respectivamente?. El monto de cada uno de éstos sería de $1,000, $5,000 y $9,000, y la tasa de interés es de 14% nominal, pagadero mensualmente.

Respuesta:

- Interés simple: 123.58 días, es decir, 4 meses aproximadamente.
- Interés compuesto: Dentro de 4 meses aproximadamente.

9. Una deuda se paga de forma mensual, el importe del pago anticipado es de $8,000 y se desea cambiar a pagos bimestrales vencidos. Si la tasa nominal capitalizable semestralmente es 50%, ¿cuál es el importe del nuevo pago bimestral?

Respuesta:

- Interés simple: $17,000.
- Interés compuesto: $16,920.86.

10. Se pretende encontrar el valor en el momento presente a una tasa de 11.5% de interés simple, de las siguientes obligaciones: $1,000 a vencerse dentro de tres meses a 14%, $1,700 dentro de ocho meses con un interés de 12%, y $800 a vencerse dentro de un año a 13%.

Respuesta:

- Interés simple: $3,522.10.
- Interés compuesto: $3,539.63.

11. Se pretende acumular $10,000 en un banco al final de 7 meses, a una tasa de 8% anual convertible mensualmente. Para ello se realizan dos depósitos de tal manera que el segundo sea la cuarta parte del primero. Si el primero de los depósitos se efectúa en este momento y el segundo dentro de un mes y medio, ¿cuál es el importe de cada uno de los depósitos? Use la regla ordinaria.

Respuesta:

- Interés simple: $ 7,658.48 (primer pago), $ 1,914.62 (segundo pago).
- Interés compuesto: $ 7,651.60 (primer pago), $ 1,912.90 (segundo pago)

12. Se desea sustituir una serie de pagos quincenales en forma vencida de $4,250 por otra serie de pagos bimestrales anticipados. ¿Cuál es el importe de cada pago bimestral si actúa una tasa de interés de 26.4% anual, capitalizable quincenalmente?

Respuesta:

- Interés simple: $16,547.38.
- Interés compuesto: $16,542.59.

13. Una persona se obliga a pagar $5,000 en forma inmediata, $4,000 al final de 8 meses y $10,000 dentro de un año; el acreedor propone reestructurar la deuda mediante un pago de $19,000, ¿cuál es la fecha en la que se tendría que efectuar el pago único, de tal manera que sea equivalente a la serie de tres pagos acordados originalmente, si la tasa de interés es de 7.42% anual, convertible cada 28 días?

Respuesta:

- Interés simple: 7 meses con 25 días, aproximadamente.
- Interés compuesto: 7 meses con 27 días, aproximadamente.

Ecuación de valor

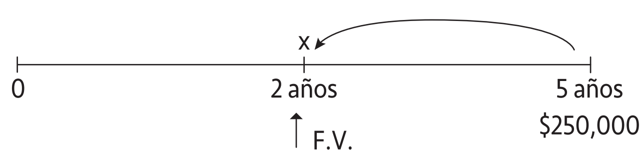
Problema 1

Si un documento con valor de \$250,000 al vencimiento se liquida en 5 años, determine el importe de los pagos si la deuda se liquida en: *a)* 2 años, *b)* 7 años. Considere una tasa de interés de 25%, capitalizable semestralmente.

Solución

Sea x el valor del documento al final del segundo año. La unidad de tiempo es el semestre porque ése es el periodo de pago de la tasa de interés

a) En 2 años.



De acuerdo con el principio de equitatividad:

Pago único a efectuarse en dos años, valuado al segundo año, con una tasa de interés de 25%, capitalizable semestralmente.	=	Valor de \$250,000, comparado en el segundo año, con una tasa de interés de 25%, capitalizable semestralmente.

Interés simple

$$x = 250{,}000\left(1 + \frac{0.25}{360}(1080)\right)^{-1}$$

$$x = 250{,}000\left(1 + 0.75\right)^{-1}$$

$$x = 142{,}857.14$$

\$142,857.14 es el valor del documento descontado dentro de 3 años a la tasa de interés 25% capitalizable semestralmente.

Interés compuesto

$$x = 250{,}000\left(1 + \frac{\frac{0.25}{360}}{180}\right)^{-\frac{1080}{180}}$$

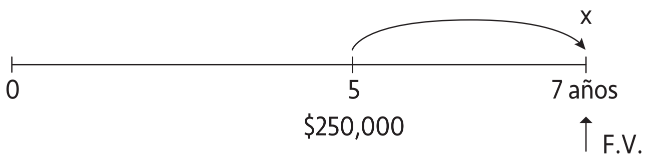
$$x = 250{,}000\,(1 + 0.125)^{-\frac{1080}{180}}$$

$$x = 123{,}317.55$$

\$123,317.55 es el valor del documento descontado dentro de 3 años a la tasa de interés 25% capitalizable semestralmente.

b) En 7 años.

Sea x el valor del documento al final del séptimo año.



De acuerdo con el principio de equitatividad:

Pago único a efectuarse dentro de siete años, valuado al séptimo año, con una tasa de interés de 25%, capitalizable semestralmente.	=	Valor de $250,000 comparado en el séptimo año, con una tasa de interés de 25%, capitalizable semestralmente.

Interés simple

$$x = 250{,}000\left(1 + \frac{0.25}{360}(720)\right)$$

$$x = 250{,}000\ (1.5)$$

$$x = 375{,}000$$

$375,000 es el valor del documento dentro de 2 años a la tasa de interés 25% capitalizable semestralmente.

Interés compuesto

$$x = 250{,}000\left(1 + \frac{\frac{0.25}{360}}{180}\right)^{\frac{720}{180}}$$

$$x = 250{,}000\ (1 + 0.125)^{\frac{720}{180}}$$

$$x = 400{,}451.66$$

$400,451.66 es el valor del documento dentro de 2 años a la tasa de interés 25% capitalizable semestralmente.

Respuesta

- Interés simple: *a)* $142,857.14 (dos años), *b)* $375,000.00 (siete años).
- Interés compuesto: *a)* $123,317.55 (dos años), *b)* $400,451.66 (siete años).

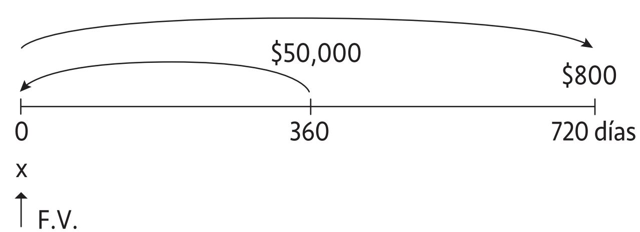
Problema 2

Una persona contrae una deuda que debe liquidar mediante dos pagos, uno de $50,000 en un año y otro de $800 en dos años. ¿Qué cantidad deberá pagar para liquidar la deuda en un solo pago? (La tasa de interés vigente es de 50% convertible mensualmente). Considere que: *a)* el pago se realiza en este momento, *b)* el pago se realiza en año y medio, *c)* el pago se realiza en dos años.

Solución

a) El pago se realiza en este momento:

Sea x el pago único que sustituye a la serie de dos pagos. La unidad de tiempo es el mes porque es el periodo de pago de la tasa de interés. La fecha de evaluación es el momento presente.



De acuerdo con el principio de equitatividad:

El pago único en el momento presente con una tasa de interés de 50%, convertible mensualmente.	=	El primer pago de $50,000 a un año y el segundo pago en 2 años de $800, valuados, ambos, en el momento presente con una tasa de 50%, convertible mensualmente

Interés simple

$$x = 50{,}000\left[1+\frac{0.50}{360}(360)\right]^{-1} + 800\left[1+\frac{0.50}{360}(720)\right]^{-1}$$

$$x = 33{,}333.33 + 400$$

$$x = 33{,}733.33$$

$33,733.33 es el importe del pago a efectuarse en este momento.

Interés compuesto

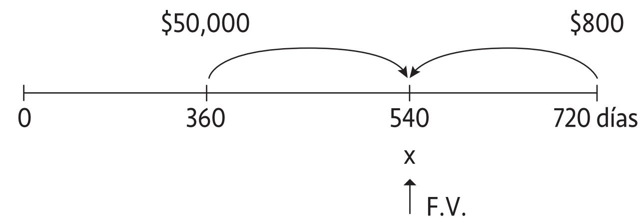
$$x = 50{,}000\left(1+\frac{\frac{0.50}{360}}{30}\right)^{-\frac{360}{30}} +800\left(1+\frac{\frac{0.50}{360}}{30}\right)^{-\frac{720}{30}}$$

$$x = 30{,}635.487870 + 300.330597$$

$30,935.81 es el importe del pago a efectuarse en este momento

b) El pago se realiza en año y medio:

Sea x el pago único que sustituye el importe de los dos pagos. La unidad de tiempo es el mes porque es el periodo de pago de la tasa de interés. La fecha de evaluación es en año y medio.



De acuerdo con el principio de equitatividad:

El pago único en año y medio con una tasa de interés de 50%, convertible mensualmente.	=	El primer pago de $50,000 a un año y el segundo pago en 2 años de $800, valuados, ambos, en año y medio con una tasa de 50%, convertible mensualmente.

Interés simple

$$x = 50{,}000\left[1+\frac{0.50}{360}(180)\right] + 800\left[1+\frac{0.50}{360}(180)\right]^{-1}$$

$$x = 62{,}500 + 640$$

$$x = 63{,}140$$

$63,140 es el importe del pago a efectuarse en año y medio.

Interés compuesto

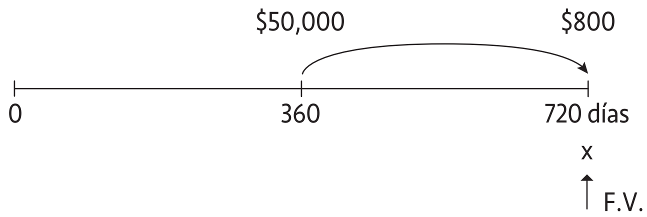
$$x = 50{,}000\left(1+\frac{\frac{0.50}{360}}{30}\right)^{\frac{180}{30}} + 800\left(1+\frac{\frac{0.50}{360}}{30}\right)^{-\frac{180}{30}}$$

$$x = 63{,}876.7198 + 626.206231$$

$$x = 64{,}502.92$$

$64,502.92 es el importe del pago a efectuarse en año y medio *c)* Si el pago se realiza en dos años:

Sea x el pago único que sustituye el importe de los dos pagos. La unidad de tiempo es el mes porque es el periodo de pago de la tasa de interés. La fecha de evaluación es en dos años.



De acuerdo con el principio de equitatividad:

El pago único en dos años con una tasa de interés de 50%, convertible mensualmente.	=	El primer pago de $50,000 a un año y el segundo pago en 2 años de $800 valuados, ambos, en dos años con una tasa de 50%, convertible mensualmente.

Interés simple

$$x = 800 + 50{,}000\left[1+\frac{0.50}{360}(360)\right]$$

x = 800 + 75,000

x = 75,800

$75,800 es el importe del pago a efectuarse en dos años.

Interés compuesto

$$x = 800 + 50{,}000\left(1+\frac{0.50}{\frac{360}{30}}\right)^{\frac{360}{30}}$$

x = 800 + 81,604.70664

x = 82,404.70

$82,404.70 es el importe del pago a efectuarse en dos años.

Respuesta

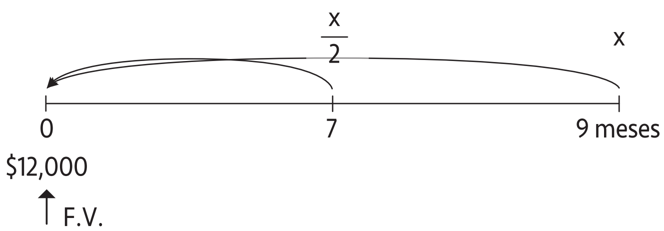
- Interés simple: *a)* $33,733.33 (en este momento), *b)*$63,140 (en año y medio), *c)* $75,800 (en dos años).
- Interés compuesto: *a)* $30,935 (en este momento), *b)* $64,502.12 (en año y medio), *c)* $82,404.71 (en dos años).

Problema 3

Se contrata una deuda de $12,000 a una tasa de 21% nominal, capitalizable trimestralmente. El acreedor acepta a cambio recibir dos pagos, uno a los 7 meses y otro después de 9 meses. Si el primer pago es la mitad del importe del segundo, encuentre el importe de cada pago parcial.

Solución

Sea x el importe del segundo pago. La unidad de tiempo es el trimestre porque es el periodo de pago de la tasa de interés. La fecha de valuación es el momento presente.



De acuerdo con el principio de equitatividad:

Valor presente de la deuda de $12,000 calculada a 21% nominal, capitalizable trimestralmente.	=	Valor presente de los dos pagos parciales calculados a 21% nominal, capitalizable trimestralmente.

Interés simple

$$12{,}000=\frac{x}{2}\left[1+\frac{0.21}{360}(210)\right]^{-1}+x\left[1+\frac{0.21}{360}(270)\right]^{-1}$$

$$12{,}000=x\left\{\frac{1}{2}\left[1+\frac{0.21}{360}(210)\right]^{-1}+\left[1+\frac{0.21}{360}(270)\right]^{-1}\right\}$$

$$12{,}000=(0.445434+0.863931)\,x$$

$$12{,}000=1.309365\,x$$

$$\frac{12{,}000}{1.309365}=x$$

$$x=9{,}164.75$$

$9,164.75 es el importe del pago a efectuarse dentro de 9 meses, y

$$\frac{9{,}164.75}{2}=\$\,4{,}582.37$$

$4,582.37 es el importe del pago a efectuarse dentro de 7 meses.

Interés compuesto

$$12{,}000=\frac{x}{2}\left[1+\frac{0.21}{\frac{360}{90}}\right]^{-\frac{210}{90}}+x\left[1+\frac{0.21}{\frac{360}{90}}\right]^{-\frac{270}{90}}$$

$$12{,}000=x\left\{\frac{1}{2}\left[1+\frac{0.21}{\frac{360}{90}}\right]^{-\frac{210}{90}}+\left[1+\frac{0.21}{\frac{360}{90}}\right]^{-\frac{270}{90}}\right\}$$

$$12{,}000=(0.443730+0.857697)\,x$$

$$12{,}000=1.301427\,x$$

$$\frac{12{,}000}{1.301427}=x$$

$$x=9{,}220.65$$

$9,220.65 es el importe del pago a efectuarse dentro de 9 meses y

$$\frac{9{,}220.65}{2}=\$\,4{,}610.33$$

$4,610.33 es el importe del pago a efectuarse dentro de 7 meses.

Respuesta:

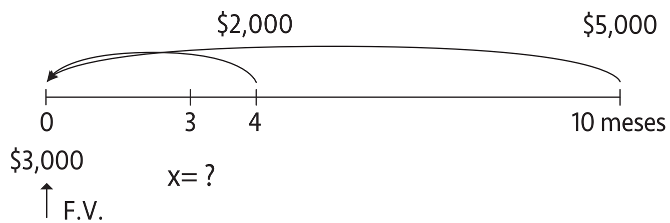
- Interés simple: $4,582.37 para 7 meses y $9,164.75 para 9 meses.
- Interés compuesto: $4,610.33 para 7 meses y $9,220.65 para 9 meses.

Problema 4

A cambio de realizar un pago de \$2,000 después de 4 meses y otro de \$5,000 después de 10 meses, un inversionista acuerda pagar \$3,000 inmediatamente y realizar un pago adicional tres meses después. Encuentre la cantidad del pago adicional si la tasa de interés es: *a)* 6% efectivo anual y *b)* 6% capitalizable mensualmente.

Solución

Sea x el importe del adicional desconocido:



De acuerdo con el principio de equitatividad:

Los valores presentes de \$2,000 y \$5,000 calculados a 6% efectivo anual.	=	Valor presente de \$3,000 del pago desconocido calculado a 6% efectivo anual.

Interés simple

a) La unidad de tiempo es el año porque es el periodo de pago de la tasa de interés.

$$2{,}000\left(1+(0.06)\left(\frac{120}{360}\right)\right)^{-1}+5{,}000\left(1+(0.06)\left(\frac{300}{360}\right)\right)^{-1}$$

$$=3{,}000+x\left(1+(0.06)\left(\frac{90}{360}\right)\right)^{-1}$$

$$1{,}960.784314+4{,}761.904762=3{,}000+x\,(0.985221)$$

$$6{,}722.689076=3{,}000+x\,(0.985221)$$

$$6{,}722.689076-3{,}000=x\,(0.985221)$$

$$3{,}722.689076=x\,(0.985221)$$

$$x=\frac{3{,}722.689070}{0.985221}$$

$$x=3{,}778.52$$

\$3,778.52 es el importe del pago adicional desconocido.

b) La unidad de tiempo es el mes porque es el periodo de pago de la tasa de interés.

$$2{,}000\left(1+\left(\frac{0.06}{\frac{360}{30}}\right)\left(\frac{120}{30}\right)\right)^{-1}+5{,}000\left(1+\left(\frac{0.06}{\frac{360}{30}}\right)\left(\frac{300}{30}\right)\right)^{-1}$$

$$=3{,}000+x\left(1+\left(\frac{0.06}{\frac{360}{30}}\right)\left(\frac{90}{30}\right)\right)^{-1}$$

$$1{,}960.784314 + 4{,}761.904762 = 3{,}000 + x\,(0.985221)$$

$$6{,}722.689076 = 3{,}000 + x\,(0.985221)$$

$$6{,}722.689076 - 3{,}000 = x\,(0.985221)$$

$$3{,}722.689076 = x\,(0.985221)$$

$$x = \frac{3{,}722.689076}{0.985221}$$

$$x = 3{,}778.52$$

\$3,778.52 es el importe del pago adicional desconocido.

Interés compuesto

a) La unidad de tiempo es el año porque es el periodo de pago de la tasa de interés.

$$2{,}000(1+0.06)^{-\frac{120}{360}} + 5{,}000(1+0.06)^{-\frac{300}{360}} = 3{,}000 + x(1+0.06)^{-\frac{90}{360}}$$

$$1{,}961.528882 + 4{,}763.01318 = 3{,}000 + x\,(0.985538)$$

$$6{,}724.542062 - 3{,}000 = x\,(0.985538)$$

$$3{,}724.542062 = x\,(0.985538)$$

$$x = \frac{3{,}724.542062}{0.985538}$$

$$x = 3{,}779.19$$

\$3,779.19 es el importe del pago adicional desconocido.

b) La unidad de tiempo es el mes porque es el periodo de pago la tasa de interés.

$$2{,}000\left(1+\frac{\frac{0.06}{360}}{30}\right)^{-\frac{120}{30}} + 5{,}000\left(1+\frac{\frac{0.06}{360}}{30}\right)^{-\frac{300}{30}} = 3{,}000 + x\left(1+\frac{\frac{0.06}{360}}{30}\right)^{-\frac{90}{30}}$$

$$1{,}960.495043 + 4{,}756.739704 = 3{,}000 + x\,(0.985148)$$

$$6{,}717.234747 = 3{,}000 + x\,(0.985148)$$

$$3{,}717.234747 = x(0.985148)$$

$$x = \frac{3{,}717.234747}{0.985148}$$

$$x = 3{,}773.27$$

\$3,773.27 es el importe del pago adicional desconocido.

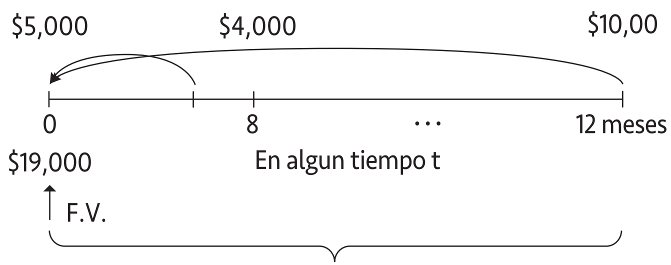
Respuesta

Modelo de interés	6% tasa efectiva anual	6% capitalizable mensualmente
Interés simple	3,778.52	3,778.52
Interés compuesto	3,779.19	3,773.27

Problema 5

Una persona debe efectuar tres pagos: \$5,000 en forma inmediata, \$4,000 al final de 8 meses, y \$10,000 dentro de un año; sin embargo, el acreedor concede reestructurar la deuda por pago único, igual a la suma de las obligaciones originales. ¿Cuál será la fecha equivalente en la que debe realizarse el pago único? La tasa de interés es de 15% nominal, capitalizable semestralmente.

Solución



De acuerdo con el principio de equitatividad:

Pago único de $19,000 a efectuarse en una fecha desconocida t, valuado en el presente y calculado a 15% nominal, capitalizable semestralmente.	=	Valor presente de la suma de los tres pagos calculados a 15% nominal, capitalizable semestralmente.

Interés simple

La unidad de tiempo es el día.

$$(5,000 + 4,000 + 10,000)\left(1 + \left(\frac{0.15}{360}\right)t\right)^{-1}$$

$$= 5,000 + 4,000\left(1 + \left(\frac{0.15}{360}\right)(240)\right)^{-1} + 10,000\left(1 + \left(\frac{0.15}{360}\right)(360)\right)^{-1}$$

$$19,000\left(1 + \left(\frac{0.15}{360}\right)t\right)^{-1} = 5,000 + 3,636.36 + 8,695.652174$$

$$19,000\left(1 + \left(\frac{0.15}{360}\right)t\right)^{-1} = 17,332.09$$

$$\left(1 + \left(\frac{0.15}{360}\right)t\right)^{-1} = \frac{17,332.09}{19,000}$$

$$\left(1 + \left(\frac{0.15}{360}\right)t\right)^{-1} = 0.912211$$

$$\left(1 + \left(\frac{0.15}{360}\right)t\right) = (0.912211)^{-1}$$

$$t = \left[(0.912211)^{-1} - 1\right]\left(\frac{360}{0.15}\right)$$

$$t = 230.97 \text{ días}$$

Son 230.97 días

Interés compuesto

La unidad de tiempo es el semestre porque es el periodo de pago de la tasa de interés.

$$(5,000 + 4,000 + 10,000)\left(1 + \left(\frac{0.15}{\frac{360}{180}}\right)\right)^{-t}$$

$$= 5,000 + 4,000\left(1 + \left(\frac{0.15}{\frac{360}{180}}\right)\right)^{-\frac{240}{180}} + 10,000\left(1 + \left(\frac{0.15}{\frac{360}{180}}\right)\right)^{-\frac{360}{180}}$$

$$19,000\ (1 + 0.075)^{-t} = 5,000 + 3,632.30 + 8,653.32$$

$$19,000\ (1 + 0.075)^{-t} = 17,285.62$$

$$(1.075)^{-t} = \frac{\$\,17{,}285.62}{\$\,19{,}000}$$

$$\log(1.075)^{-t} = \log(0.909769)$$

$$-t\log(1.075) = \log(0.909769)$$

$$t = -\frac{\log(0.909769)}{\log(1.075)}$$

$$t = -\frac{0.0910686}{0.031408}$$

$$t = 1.3075$$

Son 1.3075 semestres, expresados en días queda: 235.36 días.

El pago único de $19,000 deberá efectuarse dentro de 235 días aproximadamente.

Respuesta

- Interés simple: 231 días aproximadamente.
- Interés compuesto: 235 días aproximadamente.

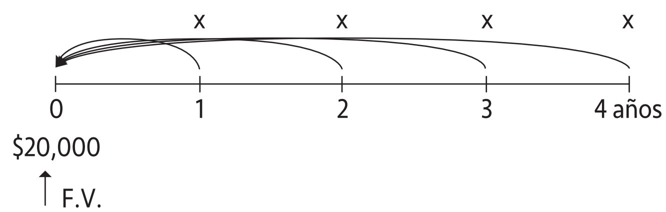
Problema 6

¿Cuál será el importe de cada uno de los cuatro pagos anuales que tendrán que hacerse para liquidar una deuda de $20,000 con vencimiento el día de hoy, suponiendo un rendimiento de 4% convertible trimestralmente, si el pago es vencido?

Solución

Sea x el importe del pago anual vencido. Como no se especifica si es adelantado o vencido, se supondrá que es vencido.

La unidad de tiempo es el trimestre porque es el periodo de pago de la tasa de interés. La fecha de valuación es el momento presente.



De acuerdo con el principio de equitatividad:

Valor presente de la deuda de $20,000 calculada a 4% convertible trimestralmente.	=	Valor presente de la suma de los cuatro pagos calculados a 4% convertible trimestralmente.

Interés simple

$$20{,}000 = x\left[1+\frac{0.04}{360}(360)\right]^{-1} + x\left[1+\frac{0.04}{360}(720)\right]^{-1} + x\left[1+\frac{0.04}{360}(1{,}080)\right]^{-1}$$

$$+x\left[1+\frac{0.04}{360}(1{,}440)\right]^{-1}$$

$$20{,}000 = x\left\{\left[1+\frac{0.04}{360}(360)\right]^{-1}+\left[1+\frac{0.04}{360}(720)\right]^{-1}+\left[1+\frac{0.04}{360}(1{,}080)\right]^{-1}\right.$$

$$\left.+\left[1+\frac{0.04}{360}(1{,}440)\right]^{-1}\right\}$$

$$20{,}000 = x(0.961538 + 0.925925 + 0.892857 + 0.862068)$$

$$20{,}000 = 3.642388\,x$$

$$\frac{20{,}000}{3.642388} = x$$

$$x = 5{,}490.90$$

\$5,490.90 es el importe de cada uno de los cuatro pagos anuales.

Interés compuesto

$$20{,}000 = x\left[1+\frac{0.04}{\frac{360}{90}}\right]^{-\frac{360}{90}} + x\left[1+\frac{0.04}{\frac{360}{90}}\right]^{-\frac{720}{90}} + x\left[1+\frac{0.04}{\frac{360}{90}}\right]^{-\frac{1{,}080}{90}} + x\left[1+\frac{0.04}{\frac{360}{90}}\right]^{-\frac{1{,}440}{90}}$$

$$20{,}000 = x\left\{\left[1+\frac{0.04}{\frac{360}{90}}\right]^{-\frac{360}{90}} + \left[1+\frac{0.04}{\frac{360}{90}}\right]^{-\frac{720}{90}} + \left[1+\frac{0.04}{\frac{360}{90}}\right]^{-\frac{1{,}080}{90}} + \left[1+\frac{0.04}{\frac{360}{90}}\right]^{-\frac{1{,}440}{90}}\right\}$$

$$20{,}000 = x(0.960980 + 0.923483 + 0.887449 + 0.852821)$$

$$20{,}000 = 3.624733\,x$$

$$\frac{20{,}000}{3.624733} = x$$

$$x = 5{,}517.65$$

\$5,517.65 es el importe de cada uno de los cuatro pagos anuales.

Respuesta

- Interés simple: \$5,490.90.
- Interés compuesto: \$5,517.65

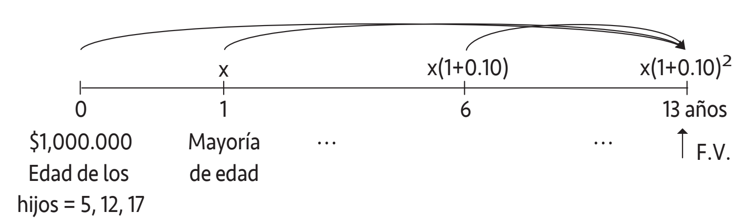
Problema 7

Se dispone que una herencia se reparta entre 3 hijos cuyas edades son 5, 12 y 17 años, de modo que al cumplir 18 años cada uno de ellos reciba la parte que les corresponde. Las instrucciones al respecto son que el pago para cada hijo sea 10% superior al pago recibido por el hermano que le antecede. Si la herencia se invierte a 8.5% anual, capitalizable mensualmente, ¿cuál será el importe que recibirá cada uno de los hijos? Considere que la herencia es de \$1,000,000.

Solución

Sea x el importe a recibir por el primer hijo.

La unidad de tiempo es el mes porque es el periodo de pago de la tasa de interés. La fecha de valuación es en 13 años.



De acuerdo con el principio de equitatividad:

La herencia valuada dentro de 13 años con una tasa de 8.5% anual, capitalizable mensualmente.	=	Valor futuro dentro de 13 años de cada uno de los tres pagos calculados a 8.5% anual, capitalizable mensualmente.

Interés simple

$$1{,}000{,}000\left[1+\frac{0.085}{360}(4{,}680)\right]=$$

$$x\left[1.10\right]^2+x\left\{\left[1.10\right]\left[1+\frac{0.085}{360}(2{,}520)\right]\right\}+x\left[1+\frac{0.085}{360}(4{,}320)\right]$$

$$2{,}105{,}000=$$

$$x\left\{\left[1.10\right]^2+\left(\left[1.10\right]\left[1+\frac{0.085}{360}(2{,}520)\right]\right)+\left[1+\frac{0.085}{360}(4{,}320)\right]\right\}$$

$$2{,}105{,}000 = x\,(1.21 + 1.7545 + 2.02)$$

$$2{,}105{,}000 = 4.9845\,x$$

$$\frac{2{,}105{,}000}{4.9845} = x$$

$$x = 422{,}309.15$$

\$422,309.15 es la cantidad recibida por el primer hijo al cumplir 18 años.

A esta cantidad le agregamos el 10%:

$$x = [(442{,}309.15)(1.10)]$$

$$x = 464{,}540.06$$

\$464,540.06 es la cantidad recibida por el segundo hijo al cumplir 18 años.

Finalmente, de nuevo agregamos 10%

$$x = [(422{,}309.15)(1.10)^{2}]$$

$$x = 510{,}994.07$$

\$510,994.07 es la cantidad recibida por el tercer hijo al cumplir 18 años.

Interés compuesto

$$1{,}000{,}000\left[1+\frac{0.085}{\frac{360}{30}}\right]^{\frac{4{,}680}{30}}$$

$$=x\left[1.10\right]^2+x\left\{\left[1.10\right]\left[1+\frac{0.085}{\frac{360}{30}}\right]^{\frac{2{,}520}{30}}\right\}+x\left[1+\frac{0.085}{\frac{360}{30}}\right]^{\frac{4{,}320}{30}}$$

$$3{,}007{,}486.98 = x\left\{\left[1.10\right]^2+\left(\left[1.10\right]\left[1+\frac{0.085}{\frac{360}{30}}\right]^{\frac{2{,}520}{30}}\right)+\left[1+\frac{0.085}{\frac{360}{30}}\right]^{\frac{4{,}320}{30}}\right\}$$

$$3{,}007{,}486.98 = x(1.21 + 1.990155 + 2.763241)$$

$$3{,}007{,}486.98 = 5.963396\,x$$

$$\frac{3{,}007{,}486.98}{5.963396} = x$$

$$x = 504{,}324.54$$

$504,324.54 es la cantidad recibida por el primer hijo al cumplir 18 años.

Al incrementar la cantidad anterior 10%:

x = [(504,324.54)(1.10)]

x = 554,756.99

$554,756.99 es la cantidad recibida por el segundo hijo al cumplir 18 años.

Por último, nuevamente se agrega 10%:

$x = [(504,324.54)(1.10)^2]$

x = 610,232.69

$610,232.69 es la cantidad recibida por el tercer hijo al cumplir 18 años.

Respuesta

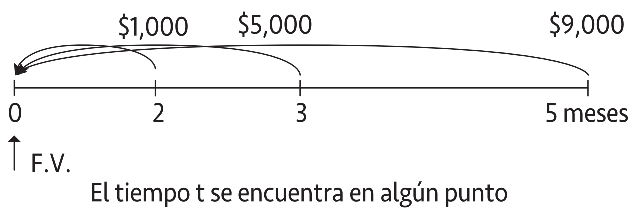
- Interés simple: $422,309.15 (primer hijo); $ 464,540.06 (segundo hijo); $510,994.07 (tercer hijo).
- Interés compuesto: $504,324.54 (primer hijo); $554,756.99 (segundo hijo); $610,232.69 (tercer hijo).

Problema 8

¿En qué fecha se tendría que realizar un pago de $15,000 para sustituir tres pagos a efectuarse dentro de 2, 3 y 5 meses respectivamente? El monto de cada uno de éstos sería de $1,000, $5,000 y $9,000, y la tasa de interés es de 14% nominal, pagadero mensualmente.

Solución

Como el pago único es igual a la suma de los tres pagos, se debe encontrar una fecha t, que haga equivalente la serie de obligaciones original con el pago único de $15,000.
La fecha de valuación es forzosamente el momento presente.



De acuerdo con el principio de equitatividad:

Pago único de $15,000 a efectuarse en una fecha desconocida, valuado en el presente y calculado a 14% nominal, pagadero mensualmente.	=	Valor presente de la suma de los tres pagos calculados a 14% nominal pagadero mensualmente.

Interés simple

La unidad de tiempo es el día.

$$(1{,}000 + 5{,}000 + 9{,}000)\left(1 + \frac{0.14}{360}\right)^{-1} =$$

$$= 1{,}000\left(1+\frac{0.14}{360}(60)\right)^{-1} + 5{,}000\left(1+\frac{0.14}{360}(90)\right)^{-1}$$

$$+ 9{,}000\left(1+\frac{0.14}{360}(150)\right)^{-1}$$

$$15{,}000\left(1+\frac{0.14}{360}t\right)^{-1} = 977.198697 + 4{,}830.917874 + 8{,}503.937$$

$$15{,}000\left(1+\frac{0.14}{360}t\right)^{-1} = 14{,}312.05341$$

$$\left(1+\frac{0.14}{360}t\right)^{-1} = \frac{14{,}312.05341}{15{,}000}$$

$$\left(1+\frac{0.14}{360}t\right)^{-1} = 0.954136$$

$$\left(1+\frac{0.14}{360}t\right) = (0.954136)^{-1}$$

$$t = \left[\left(1.04806 \quad -1\right)\right]\frac{360}{0.14}$$

$$t = 123.58$$

123.58 días, que equivalen a 4 meses aproximadamente.

Interés compuesto

La unidad de tiempo es el mes porque es el periodo de pago de la tasa de interés

$$(1{,}000 + 5{,}000 + 9{,}000)\left(1+\frac{\frac{0.14}{360}}{30}\right)^{-t}$$

$$= 1{,}000\left(1+\frac{\frac{0.14}{360}}{30}\right)^{-\frac{60}{30}} + 5{,}000\left(1+\frac{\frac{0.14}{360}}{30}\right)^{-\frac{90}{30}} + 9{,}000\left(1+\frac{\frac{0.14}{360}}{30}\right)^{-\frac{150}{30}}$$

$$15{,}000\left(1+\frac{\frac{0.14}{360}}{30}\right)^{-t} = 977.068739 + 4{,}829.005302 + 8{,}492.886223$$

$$\left(1+\frac{\frac{0.14}{360}}{30}\right)^{-t} = \frac{14{,}298.96026}{15{,}000}$$

$$\left(1+\frac{\frac{0.14}{360}}{30}\right)^{-t} = 0.953264$$

$$\log\left[\left(1+\frac{\frac{0.14}{360}}{30}\right)^{-t}\right] = \log(0.953264)$$

$$-t\log\left[\left(1+\frac{\frac{0.14}{360}}{30}\right)\right] = \log(0.953264)$$

4

$$t = \frac{\log(0.953264)}{-\log\left[\left(1+\frac{\frac{0.14}{360}}{30}\right)\right]}$$

$$t = 4.126823 \text{ meses}$$

4.126823 meses. Así, la fecha en que se pagarán $15,000 corresponde a cuatro meses con aproximadamente 4 días; esta fecha, llamada "equivalente" hace que tanto al deudor como al acreedor le sea indistinto la serie de tres pagos o pago único.

Respuesta:

- Interés simple: 123.58 días, es decir, 4 meses aproximadamente.
- Interés compuesto: Dentro de 4 meses aproximadamente.

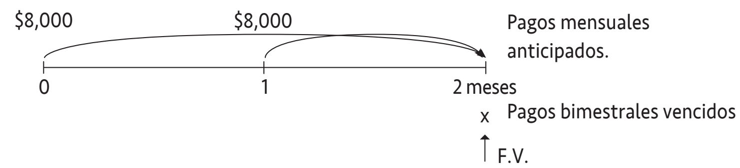
Problema 9

Una deuda se paga de forma mensual, el importe del pago anticipado es de $8,000 y se desea cambiar a pagos bimestrales vencidos. Si la tasa nominal capitalizable semestralmente es 50%, ¿cuál es el importe del nuevo pago bimestral?

Solución

La unidad de tiempo es el semestre porque es el periodo de pago de la tasa de interés.

Sea x el pago bimestral.



De acuerdo con el principio de equitatividad

Valor del pago bimestral vencido, comparado en el segundo mes a la tasa de interés de 50% nominal, capitalizable semestralmente.	=	Valor acumulado al segundo mes de cada uno de los dos pagos mensuales, a una tasa de interés 50%, capitalizable semestralmente.

Interés imple

$$x = 8{,}000\left(1+\frac{0.50}{360}(30)\right) + 8{,}000\left(1+\frac{0.50}{360}(60)\right)$$

$$x = 8{,}333.333333 + 8{,}666.666667$$

$$x = 17{,}000$$

$17,000 es el importe del nuevo pago bimestral vencido.

Interés compuesto

$$x = 8{,}000\left(1+\frac{\frac{0.50}{360}}{180}\right)^{\frac{30}{180}} + 8{,}000\left(1+\frac{\frac{0.50}{360}}{180}\right)^{\frac{60}{180}}$$

$$x = 8{,}303.126524 + 8{,}617.73876$$

$$x = 16{,}920.86$$

$16,920.86 es el importe del nuevo pago bimestral vencido.

Respuesta

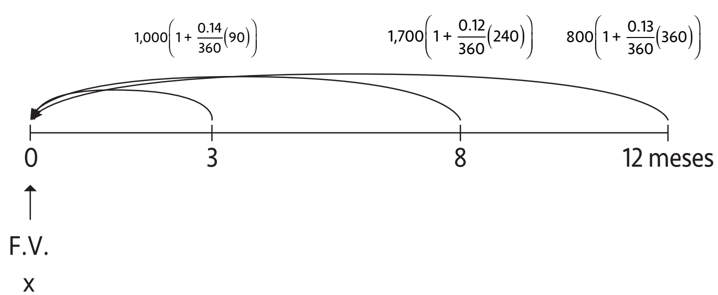
- Interés simple: \$17,000.
- Interés compuesto: \$16,920.86.

Problema 10

Se pretende encontrar el valor en el momento presente a una tasa de 11.5% de interés simple, de las siguientes obligaciones: \$1,000 a vencerse dentro de tres meses a 14%, \$1,700 dentro de ocho meses con un interés de 12%, y \$800 a vencerse dentro de un año a 13%.

Solución

Se supondrá que las tasas de 14%, 12% y 13% son anuales. Sea x el valor de las obligaciones al momento presente.



De acuerdo con el principio de equitatividad:

Valor presente de las obligaciones calculada a la tasa de 11.5% de interés simple.	=	La suma de los valores presentes del valor al vencimiento de cada una de las obligaciones calculadas a la tasa del 11.5% de interés simple.

- Interés simple

$$x = \left[1{,}000\left(1+\frac{0.14}{360}(90)\right)\right]\left(1+\frac{0.115}{360}(90)\right)^{-1}$$

$$+\left[1{,}700\left(1+\frac{0.12}{360}(240)\right)\right]\left(1+\frac{0.115}{360}(240)\right)^{-1}$$

$$+\left[800\left(1+\frac{0.13}{360}(360)\right)\right]\left(1+\frac{0.115}{360}(360)\right)^{-1}$$

$$x = 1{,}035(0.9720534629) + 1{,}836(0.9287925697) + 904(0.8968609865)$$

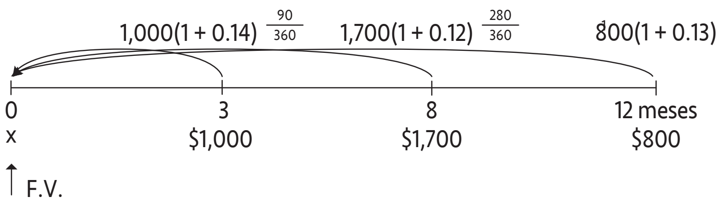
$$x = 1{,}006.075334 + 1{,}705.263158 + 810.7623318$$

$$x = 3{,}522.10$$

\$3,522.10 es el valor presente de las obligaciones anticipadas, calculadas a la tasa de interés simple de 11.5%.

Interés compuesto

Se supondrá que las tasas de 14%, 12% y 13% son efectivas anualmente. Sea x el valor de las obligaciones al momento presente.



$$x = \left[1{,}000(1+0.14)^{\frac{90}{360}}\right]\left(1+\frac{0.115}{360}(90)\right)^{-1}$$

$$+\left[1{,}700(1+0.12)^{\frac{280}{360}}\right]\left(1+\frac{0.115}{360}(240)\right)^{-1}$$

$$+\left[800(1+0.13)^{1}\right]\left(1+\frac{0.115}{360}(360)\right)^{-1}$$

$$x = 1{,}033.299485(0.9720534629) + 1{,}856.648135(0.9287925697) + 904(0.8968609865)$$

$$x = 1{,}004.422344 + 1{,}724.440992 + 810.7623318$$

$$x = 3{,}539.63$$

$3,539.63 es el valor presente de las obligaciones anticipadas, calculadas a la tasa de interés simple de 11.5%.

Respuesta

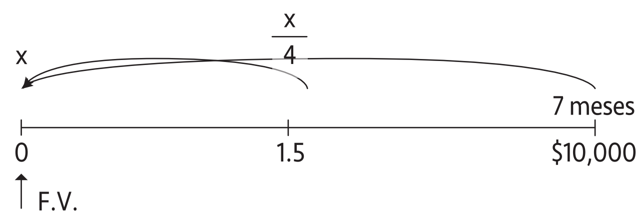
- Interés simple: $3,522.10.
- Interés compuesto: $3,539.63.

Problema 11

Se pretende acumular $10,000 en un banco al final de 7 meses, a una tasa de 8% anual convertible mensualmente. Para ello se realizan dos depósitos de tal manera que el segundo sea la cuarta parte del primero. Si el primero de los depósitos se efectúa en este momento y el segundo dentro de un mes y medio, ¿cuál es el importe de cada uno de los depósitos?

Solución

Sea x el importe del primer pago. La unidad de tiempo es el año porque es el periodo de pago de la tasa de interés.



De acuerdo con el principio de equitatividad:

Valor descontado al momento presente de $10,000, calculado a 8% anual convertible mensualmente.	=	Valor presente de los dos depósitos, calculados a 8% anual convertible mensualmente.

Interés simple

$$10{,}000\left(1+\frac{0.08}{360}(210)\right)^{-1} = x + \frac{x}{4}\left(1+\frac{0.08}{360}(45)\right)^{-1}$$

$$10{,}000\left(1+\frac{0.08}{360}(210)\right)^{-1} = x\left[1+\frac{1}{4}\left(1+\frac{0.08}{360}(45)\right)^{-1}\right]$$

$$9{,}554.140127 = x(1.247524752)$$

$$\frac{9{,}554.140127}{1.247524752} = x$$

$$x = 7{,}658.48$$

$7,658.48 es el importe del primer pago. La cuarta parte de éste es:

$$\frac{7{,}658.48}{4} = 1{,}914.62$$

Así, $1,914.62 es el importe del segundo pago.

Interés compuesto

$$10{,}000\left(1+\frac{0.08}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{210}{30}} = x+\frac{x}{4}\left(1+\frac{0.08}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{45}{30}}$$

$$10{,}000\left(1+\frac{0.08}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{210}{30}} = x\left[1+\frac{1}{4}\left(1+\frac{0.08}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{45}{30}}\right]$$

$$9{,}545.532977 = (1.247520673)\ xv$$

$$\frac{9{,}545.532977}{1.247520673} = x$$

$$x = 7{,}651.60$$

$ 7,651.60 es el importe del primer pago. Asimismo, la cuarta parte de éste es:

$$\frac{7{,}651.60}{4} = 1{,}912.90$$

Así, $ 1,912.90 es el importe del segundo pago.

Respuesta

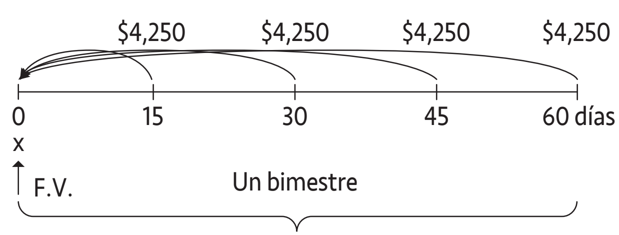
- Interés simple: $ 7,658.48 (primer pago), $ 1,914.62 (segundo pago).
- Interés compuesto: $ 7,651.60 (primer pago), $ 1,912.90 (segundo pago)

Problema 12

Se desea sustituir una serie de pagos quincenales en forma vencida de $4,250 por otra serie de pagos bimestrales anticipados. ¿Cuál es el importe de cada pago bimestral si actúa una tasa de interés de 26.4% anual, capitalizable quincenalmente?

Solución

Sea x el importe del pago bimestral anticipado.



De acuerdo con el principio de equitatividad:

Valor presente del pago bimestral anticipado, calculado a una tasa de interés de 26.4% anual, capitalizable quincenalmente.	=	Valor presente de los cuatro pagos mensuales vencidos, calculados a una tasa de interés de 26.4% anual, capitalizable quincenalmente.

Interés simple

La unidad de tiempo es el día.

$$x = 4{,}250\left(1+\frac{0.264}{360}(15)\right)^{-1} + 4{,}250\left(1+\frac{0.264}{360}(30)\right)^{-1}$$

$$+\,4{,}250\left(1+\frac{0.264}{360}(45)\right)^{-1} + 4{,}250\left(1+\frac{0.264}{360}(60)\right)^{-1}$$

$x = 4{,}203.758655 + 4{,}158.51272 + 4{,}114.230397 + 4{,}070.881226$

$x = 16{,}547.38$

\$16,547.38 es el importe del pago anticipado.

Interés compuesto

La unidad de tiempo es la quincena porque es el periodo de pago de la tasa de interés.

$$x = 4{,}250\left[1+\left(\frac{\frac{0.264}{360}}{15}\right)\right]^{-\frac{15}{15}} + 4{,}250\left[1+\left(\frac{\frac{0.264}{360}}{15}\right)\right]^{-\frac{30}{15}}$$

$$+\,4{,}250\left[1+\left(\frac{\frac{0.264}{360}}{15}\right)\right]^{-\frac{45}{15}} + 4{,}250\left[1+\left(\frac{\frac{0.264}{360}}{15}\right)\right]^{-\frac{60}{15}}$$

$x= 4{,}203.758655 + 4{,}158.02043 + 4{,}112.779852 + 4{,}068.031505$

$x = 16{,}542.59$

\$16,542.59 es el importe del pago bimestral anticipado.

Respuesta

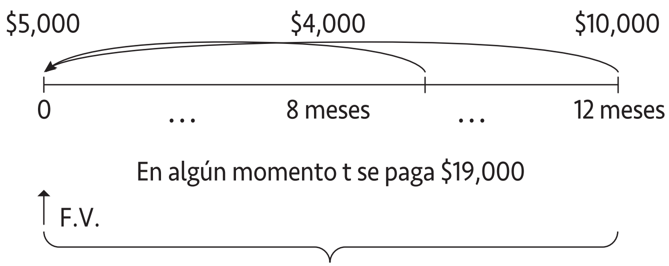
- Interés simple: \$16,547.38.
- Interés compuesto. \$16,542.59.

Problema 13

Una persona se obliga a pagar \$5,000 en forma inmediata, \$4,000 al final de 8 meses y \$10,000 dentro de un año; el acreedor propone reestructurar la deuda mediante un pago de \$19,000, ¿cuál es la fecha en la que se tendría que efectuar el pago único, de tal manera que sea equivalente a la serie de tres pagos acordados originalmente, si la tasa de interés es de 7.42% anual, convertible cada 28 días?

Solución

La unidad de tiempo corresponde a 28 días porque es el periodo de pago de la tasa de interés.



De acuerdo con el principio de equitatividad.

Valor actual de un pago de $19,000 a efectuarse en la fecha desconocida, a una tasa de interés de 7.42% anual, convertible cada 28 días.	=	Valor actual de los pagos de $5,000, $4,000 y $10,000 a una tasa de interés de 7.42% anual, convertible de cada 28 días.

Interés simple

La unidad de tiempo es el día.

$$19{,}000\left(1+\frac{0.0742}{\frac{360}{28}}\left(\frac{t}{28}\right)\right)^{-1} = 5{,}000 + 4{,}000\left(1+\frac{0.0742}{\frac{360}{28}}\left(\frac{240}{28}\right)\right)^{-1}$$

$$+\ 10{,}000\left(1+\frac{0.0742}{\frac{360}{28}}\left(\frac{360}{28}\right)\right)^{-1}$$

$$19{,}000\left(1+\frac{0.0742}{360}t\right)^{-1} = 5{,}000 + 4{,}000\left(1+\frac{0.0742}{360}(240)\right)^{-1}$$

$$+\ 10{,}000\left(1+\frac{0.0742}{360}(360)\right)^{-1}$$

$$19{,}000\left(1+\frac{0.0742}{360}t\right)^{-1} = 5{,}000 + 3{,}811.459789 + 9{,}309.253398$$

$$\left(1+\frac{0.0742}{360}t\right)^{-1} = \frac{18{,}120.71319}{19{,}000}$$

$$\left(1+\frac{0.0742}{360}t\right)^{-1} = (0.9537217467)^{-1}$$

$$t = \left[(0.9537217467)^{-1} - 1\right]\left(\frac{360}{0.0742}\right)$$

$$t = 235.425699$$

Así, 235.425699 días equivalen a 7 meses con 25 días, aproximadamente.

Interés compuesto

La unidad de tiempo es el periodo de 28 días.

$$19{,}000\left(1+\frac{0.0742}{\frac{360}{28}}\right)^{-t} = 5{,}000 + 4{,}000\left(1+\frac{0.0742}{\frac{360}{28}}\right)^{-\frac{240}{28}}$$

$$+\,10{,}000\left(1+\frac{0.0742}{\frac{360}{28}}\right)^{-\frac{360}{28}}$$

$$\left(1+\frac{0.0742}{\frac{360}{28}}\right)^{-t} = \frac{5{,}000 + 3{,}807.488885 + 9{,}286.840341}{19{,}000}$$

$$\left(1+\frac{0.0742}{\frac{360}{28}}\right)^{-t} = 0.9523331172$$

$$\log\left(1+\frac{0.0742}{\frac{360}{28}}\right)^{-t} = \log(0.9523331172)$$

$$-t\log\left(1+\frac{0.0742}{\frac{360}{28}}\right) = \log(0.9523331172)$$

$$t = -\frac{\log(0.9523331172)}{\log\left(1+\frac{0.0742}{\frac{360}{28}}\right)}$$

t = 8.487306504 (periodos de 28 días)

8.487306504 meses, equivalentes 7 meses con 27 días, aproximadamente.

Respuesta:

- Interés simple: 7 meses con 25 días, aproximadamente.
- Interés compuesto: 7 meses con 27 días, aproximadamente.

4

5
Anualidades ciertas

Objetivo: Evaluar series de obligaciones con tasas nominales de interés y con tasas efectivas sin recurrir al concepto de series de progresión geométrica y sin emplear forzosamente la equivalencia entre tasas de interés.

Anualidades ciertas

1. Una máquina se vende a plazos con una cuota inicial de \$3,000 y el saldo en 12 pagos mensuales de \$1,500 cada uno, con un interés de 16% convertible mensualmente. Calcule el precio de contado de la máquina si *a)* los pagos son anticipados, *b)* los pagos son vencidos.
Respuesta: *a)* \$17,752.85, *b)* \$19,532.41

2. Un auto cuyo valor es de \$250,000.00 se adquiere con un financiamiento que consiste en un enganche de 35% del precio de contado, un plazo de 60 meses y una tasa de 25% anual pagadera mensualmente. Calcule ¿cuál es el importe del pago mensual vencido?
Respuesta: \$4,769.59

3. ¿De cuánto es el crédito que se cancela con 10 rentas trimestrales vencidas de \$8,500 si se cobra una tasa de interés de 28% nominal, capitalizable bimestralmente, y la primera renta se realiza 4 meses después de la fecha inicial?
Respuesta: \$58,136.386

4. Encuentre el valor presente, para el 1 de enero de 2000, de los pagos de \$200 que se efectuarán cada 6 meses, y de \$100 desde el 1 de julio de 2004 hasta el 1 de enero de 2010. La tasa de interés es de 6%, capitalizable semestralmente.
Respuesta: \$2,189.72.

5. Al inicio de cada trimestre se invierten \$400 a la tasa de 6% efectiva anual, ¿cuál será el monto de la inversión al final de 5 años?
Respuesta: \$9,355.11

6. El precio de contado de un automóvil nuevo es \$220,000 y se desea adquirirlo mediante un enganche de \$20,000, 23 pagos mensuales de \$8,000 y un pago final que saldaría la deuda; si la tasa de interés que se cobra por el crédito es 18% anual, capitalizable mensualmente, ¿cuál será el importe de ese último pago?
Respuesta: \$64,832.396

7. Para saldar una deuda de medio millón de pesos se efectúan pagos mensuales vencidos de \$15,000. El acreedor cobra una tasa de 10% anual, capitalizable mensualmente. Determine: *a)* ¿cuántos pagos se deberán realizar para cancelar la deuda? y *b)* ¿cuál sería el importe del pago complementario, efectuado un mes después de haber cubierto el último pago de \$15,000?
Respuesta: *a)* 39 pagos, b) \$3,208.06

8. Se otorga un crédito por $400,000 en 12 meses, mediante rentas iguales; el primer pago debe realizarse al final del cuarto mes y la tasa de interés es de 30% nominal, capitalizable mensualmente, ¿cuál es el importe del pago periódico?
Respuesta: $41,993.18

9. Un banco ofrece prestar a sus clientes distinguidos $100,000 a una tasa preferencial de 1.08% mensual. La cantidad solicitada se pagará en 5 mensualidades fijas, ¿cuál será el importe de cada pago mensual?
Respuesta: $20,652.64

10. Se desea acumular un fondo durante 12 meses mediante pagos mensuales vencidos fijos de $10,000, para tener derecho a retirar $8,000 mensuales fijos hasta agotar el fondo. Si el primer retiro se efectúa un mes después del último depósito y la tasa de interés que opera en la transacción es de 12% anual, capitalizable mensualmente, ¿cuál sería el número de retiros a efectuarse?
Respuesta: 17 retiros de $8,000 cada uno, más uno complementario desconocido.

11. Una persona desea un préstamo por el cual podrá hacer un primer pago dentro de 6 meses, y posteriormente pagará $6,000 mensuales durante 2 años. Si la tasa de interés es de 7% anual, convertible mensualmente, ¿cuánto se le puede prestar?
Respuesta: $130,169.43

12. Un préstamo de $10,000, a una tasa de interés de 3.5% efectivo anual, se liquida mediante un pago de $2,500 al término de 4 meses, seguido de 6 pagos mensuales iguales. ¿Cuál es el importe del pago periódico?
Respuesta: $1,282.01

13. ¿Durante cuánto tiempo se tendrán que hacer pagos fijos vencidos mensuales de $5,000 para liquidar el financiamiento de un automóvil con valor de $250,000 y un enganche de 20% sobre el precio de contado? La tasa del financiamiento es de 14% anual, capitalizable mensualmente.
Respuesta: Se realizan 54 pagos fijos vencidos mensuales de $5,000 para liquidar el financiamiento de un automóvil y un pago complementario desconocido.

14. Se adquiere un automóvil con valor de $145,000, se aporta 20% de su valor y el resto es financiado mediante pagos mensuales fijos vencidos de $4,250, durante 3 años. ¿Cuál es la tasa de interés anual, capitalizable mensualmente, del financiamiento?
Respuesta: 18.96%

15. ¿Cuántos pagos mensuales de $3,780, efectuados a partir de hoy, y qué pago complementario serán necesarios para acumular $25,200 si el dinero gana un interés de 60%, capitalizable mensualmente?
Respuesta: Se harán 5 pagos de $3,780 y uno complementario de $3,268.77 para acumular $25,200.

16. Un préstamo por $100,000 se devolverá mediante 6 pagos trimestrales anticipados de $17,000 cada uno. ¿Cuál es la tasa de interés anual convertible trimestralmente?
Respuesta: 3.196%

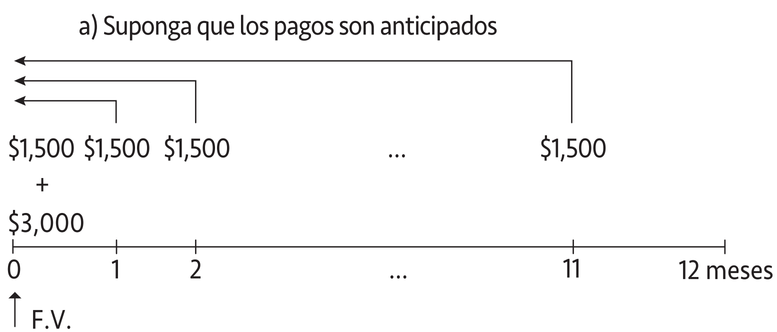
Problema 1

Una máquina se vende a plazos con una cuota inicial de \$3,000 y el saldo en 12 pagos mensuales de \$1,500 cada uno, con un interés de 16% convertible mensualmente. Calcule el precio de contado de la máquina si *a)* los pagos son anticipados, *b)* los pagos son vencidos.

Solución

La unidad de tiempo que se empleará en ambos caso será el mes.

a) Pagos anticipados.



$$VP = 3{,}000 + 1{,}500 + 1{,}500\left(1+\frac{0.16}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{30}{30}} + 1{,}500\left(1+\frac{0.16}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{60}{30}} + \ldots$$

$$+\,1{,}500\left(1+\frac{0.16}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{300}{30}} + 1{,}500\left(1+\frac{0.16}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{330}{30}}$$

$$VP = 3{,}000 + 1{,}500\left[1+\left(1+\frac{0.16}{12}\right)^{-1}+\left(1+\frac{0.16}{12}\right)^{-2}+\ldots\right.$$

$$\left.+\left(1+\frac{0.16}{12}\right)^{-10}+\left(1+\frac{0.16}{12}\right)^{-11}\right]$$

Si se emplea la suma, Sn de los primeros “n” términos para una progresión geométrica.

$$S_n = \frac{a\left(1-r^n\right)}{\left(1-r\right)}$$

donde:

a: Primer términos de la serie $a = 1$

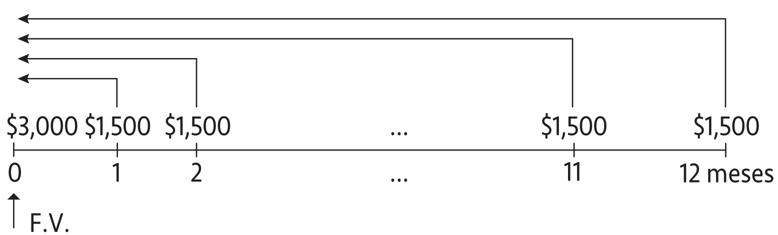
r: Razón común $r = \left(1+\frac{0.16}{12}\right)^{-1}$

n: Número de términos de la serie $n = 12$

$$VP = 3{,}000 + 1{,}500\left[\frac{1\left(1-\left(1+\frac{0.16}{12}\right)^{-12}\right)}{1-\left(1+\frac{0.16}{12}\right)^{-1}}\right]$$

VP = 19,752.85

b) Pagos vencidos.



$$VP = 3{,}000 + 1{,}500\left(1+\frac{0.16}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{30}{30}} + 1{,}500\left(1+\frac{0.16}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{60}{30}} + ..$$

$$+\, 1{,}500\left(1+\frac{0.16}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{330}{30}} + 1{,}500\left(1+\frac{0.16}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{360}{30}}$$

$$VP = 3{,}000 + 1{,}500\left[\left(1+\frac{0.16}{12}\right)^{-1} + \left(1+\frac{0.16}{12}\right)^{-2} + \ldots\right.$$

$$\left. +\left(1+\frac{0.16}{12}\right)^{-11} + \left(1+\frac{0.16}{12}\right)^{-12}\right]$$

Se emplea la suma Sn de los primeros “n” términos para una progresión geométrica:

$$S_n = \frac{a\left(1-r^n\right)}{\left(1-r\right)}$$

donde:

a: Primer término de la serie $a = \left(1+\frac{0.16}{12}\right)^{-1}$

r: Razón común $r = \left(1+\frac{0.16}{12}\right)^{-1}$

n: Número de términos de la serie $n = 12$

$$VP = 3{,}000 + 1{,}500\left[\frac{\left(1+\frac{0.16}{12}\right)^{-1}\left(1-\left(1+\frac{0.16}{12}\right)^{-12}\right)}{1-\left(1+\frac{0.16}{12}\right)^{-1}}\right]$$

VP = 19,532.41

Respuesta

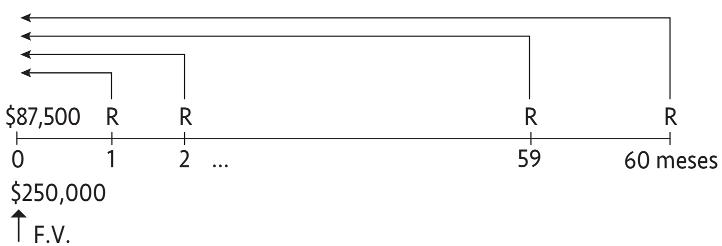
a) $17,752.85, *b)* $19,532.41

Problema 2

Un auto cuyo valor es de $250,000.00 se adquiere con un financiamiento que consiste en un enganche de 35% del precio de contado, un plazo de 60 meses y una tasa de 25% anual pagadera mensualmente. Calcule ¿cuál es el importe del pago mensual vencido?

Solución

Sea R el importe del pago mensual; la unidad de tiempo que se emplea es el mes.



$$250{,}000 = 87{,}500 + R\left(1+\frac{0.25}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{30}{30}} + R\left(1+\frac{0.25}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{60}{30}} + \ldots$$

$$+R\left(1+\frac{0.25}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{1770}{30}} + R\left(1+\frac{0.25}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{1800}{30}}$$

$$162{,}500 = R\left[\left(1+\frac{0.25}{12}\right)^{-1} + \left(1+\frac{0.25}{12}\right)^{-2} + \ldots\right.$$

$$\left. + \left(1+\frac{0.25}{12}\right)^{-59} + \left(1+\frac{0.25}{12}\right)^{-60}\right]$$

Se emplea la suma Sn de los primeros "n" términos para una progresión geométrica.

$$S_n = \frac{a\left(1-r^n\right)}{\left(1-r\right)}$$

donde:

a: Primer término de la serie	$a = \left(1+\frac{0.25}{12}\right)^{-1}$
r: Razón común	$r = \left(1+\frac{0.25}{12}\right)^{-1}$
n: Número de términos de la serie	$n = 60$

$$162{,}500 = R\left(1+\frac{0.25}{12}\right)^{-1}\left[\frac{1-\left(1+\frac{0.25}{12}\right)^{-60}}{1-\left(1+\frac{0.25}{12}\right)^{-1}}\right]$$

$$R = 4{,}769.59$$

Respuesta

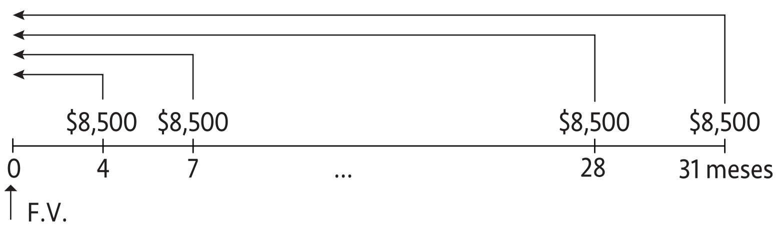
$4,769.59 es el importe del pago mensual vencido.

Problema 3

¿De cuánto es el crédito que se cancela con 10 rentas trimestrales vencidas de $8,500 si se cobra una tasa de interés de 28% nominal, capitalizable bimestralmente, y la primera renta se realiza 4 meses después de la fecha inicial?

Solución

La unidad de tiempo que se emplea es el bimestre.



$$VP = 8{,}500\left(1+\frac{\frac{0.28}{360}}{60}\right)^{-\frac{4}{2}} + 8{,}500\left(1+\frac{\frac{0.28}{360}}{60}\right)^{-\frac{7}{2}} + \ldots$$

$$+8{,}500\left(1+\frac{\frac{0.28}{360}}{60}\right)^{-\frac{28}{2}} + 8{,}500\left(1+\frac{\frac{0.28}{360}}{60}\right)^{-\frac{31}{2}}$$

$$VP = 8{,}500\left[\left(1+\frac{0.28}{6}\right)^{-\frac{4}{2}} + \left(1+\frac{0.28}{6}\right)^{-\frac{7}{2}} + \ldots\right.$$

$$\left.+\left(1+\frac{0.28}{6}\right)^{-\frac{28}{2}} + \left(1+\frac{0.28}{6}\right)^{-\frac{31}{2}}\right]$$

Se emplea la suma Sn de los primeros "n" términos para una progresión geométrica:

$$S_n = \frac{a\left(1-r^n\right)}{\left(1-r\right)}$$

donde:

a: Primer término de la serie $\qquad a = \left(1+\frac{0.28}{6}\right)^{-\frac{4}{2}}$

r: Razón común $\qquad r = \left(1+\frac{0.28}{6}\right)^{-\frac{3}{2}}$

n: Número de términos de la serie $\qquad n = 10$

$$VP = 8{,}500\left[\frac{\left(1+\frac{0.28}{6}\right)^{-\frac{4}{2}}\left(1-\left(1+\frac{0.28}{6}\right)^{-\frac{30}{2}}\right)}{1-\left(1+\frac{0.28}{6}\right)^{-\frac{3}{2}}}\right]$$

$VP = 58{,}136.386$

Respuesta

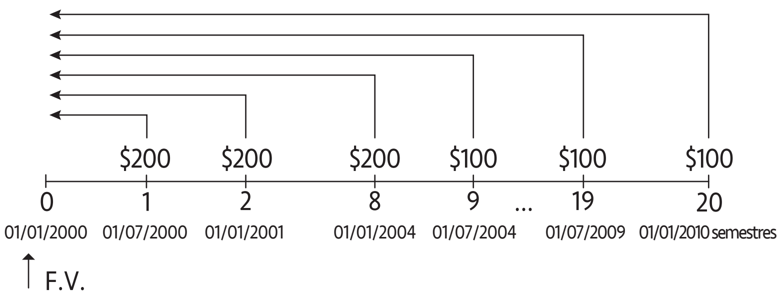
$58,136.386

Problema 4

Encuentre el valor presente, para el 1 de enero de 2000, de los pagos de \$200 que se efectuarán cada 6 meses, y de \$100 desde el 1 de julio de 2004 hasta el 1 de enero de 2010. La tasa de interés es de 6%, capitalizable semestralmente.

Solución

La tasa de interés es de 6%, capitalizable semestralmente.



$$VP = 200\left(1+\frac{0.06}{\frac{360}{180}}\right)^{-\frac{180}{180}} + 200\left(1+\frac{0.06}{\frac{360}{180}}\right)^{-\frac{360}{180}} + \ldots$$

$$+\,200\left(1+\frac{0.06}{\frac{360}{180}}\right)^{-\frac{1440}{180}} + 100\left(1+\frac{0.06}{\frac{360}{180}}\right)^{-\frac{1620}{180}} + \ldots$$

$$+\,100\left(1+\frac{0.06}{\frac{360}{180}}\right)^{-\frac{3420}{180}} + 100\left(1+\frac{0.06}{\frac{360}{180}}\right)^{-\frac{3600}{180}}$$

$$VP = 200\left[\left(1+\frac{0.06}{2}\right)^{-1} + \left(1+\frac{0.06}{2}\right)^{-2} + \ldots + \left(1+\frac{0.06}{2}\right)^{-8}\right]$$

$$+\,100\left[\left(1+\frac{0.06}{2}\right)^{-9} + \ldots + \left(1+\frac{0.06}{2}\right)^{-19} + \left(1+\frac{0.06}{2}\right)^{-20}\right]$$

Se emplea la suma Sn de los primeros "n" términos para una progresión geométrica:

$$S_n = \frac{a\left(1-r^n\right)}{\left(1-r\right)}$$

donde:

a: Primer término de la serie.
r: Razón común.
n: Número de términos de la serie.

Primera serie	Segunda serie
$a = \left(1+\frac{0.06}{2}\right)^{-1}$	$a = \left(1+\frac{0.06}{2}\right)^{-9}$
$r = \left(1+\frac{0.06}{2}\right)^{-1}$	$r = \left(1+\frac{0.06}{2}\right)^{-1}$
n = 8	n = 12

5

$$VP = 200\left[\frac{\left(1+\frac{0.06}{2}\right)^{-1}\left(1-\left(1+\frac{0.06}{2}\right)^{-8}\right)}{1-\left(1+\frac{0.06}{2}\right)^{-1}}\right]+$$

$$100\left[\frac{\left(1+\frac{0.06}{2}\right)^{-9}\left(1-\left(1+\frac{0.06}{2}\right)^{-12}\right)}{1-\left(1+\frac{0.06}{2}\right)^{-1}}\right]$$

$$VP = 2{,}189.7167$$

Respuesta

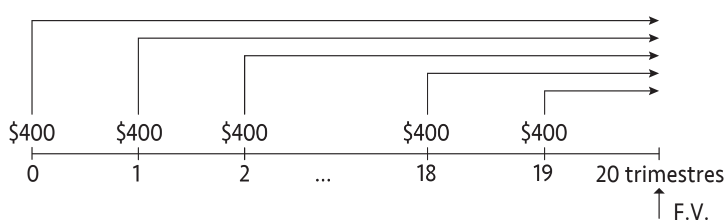
$2,189.72 es el valor presente.

Problema 5

Al inicio de cada trimestre se invierten $400 a la tasa de 6% efectiva anual, ¿cuál será el monto de la inversión al final de 5 años?

Solución

La unidad de tiempo empleada es el año.



$$VF = 400(1+0.06)^{\frac{90}{360}} + 400(1+0.06)^{\frac{180}{360}} + \ldots$$

$$400(1+0.06)^{\frac{1710}{360}} + 400(1+0.06)^{\frac{1800}{360}}$$

$$VF = 400\left((1+0.06)^{\frac{1}{4}} + (1+0.06)^{\frac{2}{4}} + \ldots + (1+0.06)^{\frac{19}{4}} + (1+0.06)^{\frac{20}{4}}\right)$$

Se emplea la suma Sn de los primeros "n" términos para una progresión geométrica:

$$S_n = \frac{a\left(1-r^n\right)}{(1-r)}$$

donde:

a: Primer término de la serie $a = (1+0.06)^{\frac{1}{4}}$

r: Razón común $r = (1+0.06)^{\frac{1}{4}}$

n: Número de términos de la serie $n = 20$

$$VF = 400\left[\frac{(1+0.06)^{\frac{1}{4}}\left(1-(1+0.06)^{\frac{20}{4}}\right)}{1-(1+0.06)^{\frac{1}{4}}}\right]$$

$$VF = 9{,}355.1109$$

Respuesta

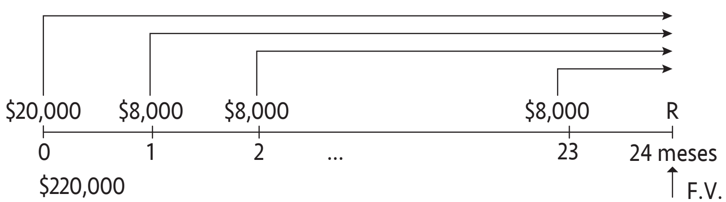
$9,355.11 es el monto de la inversión después de 5 años.

Problema 6

El precio de contado de un automóvil nuevo es \$220,000 y se desea adquirirlo mediante un enganche de \$20,000, 23 pagos mensuales de \$8,000 y un pago final que saldaría la deuda; si la tasa de interés que se cobra por el crédito es 18% anual, capitalizable mensualmente, ¿cuál será el importe de ese último pago?

Solución

La unidad de tiempo empleada es el mes. Sea R el importe del pago complementario.



$$220{,}000 = 20{,}000 + 8{,}000\left(1+\frac{0.18}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{30}{30}} + 8{,}000\left(1+\frac{0.18}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{60}{30}} + \ldots$$

$$+\,8{,}000\left(1+\frac{0.18}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{690}{30}} + R\left(1+\frac{0.18}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{720}{30}}$$

$$200{,}000 = 8{,}000\left[\left(1+\frac{0.18}{12}\right)^{-1} + \left(1+\frac{0.18}{12}\right)^{-2} + \ldots\right.$$

$$\left. + \left(1+\frac{0.18}{12}\right)^{-23}\right] + R\left(1+\frac{0.18}{12}\right)^{-24}$$

Se emplea la suma Sn de los primeros "n" términos para una progresión geométrica:

$$S_n = \frac{a\left(1-r^n\right)}{\left(1-r\right)}$$

donde:

a: Primer término de la serie $\quad a = \left(1+\frac{0.18}{12}\right)^{-1}$

r: Razón común $\quad r = \left(1+\frac{0.18}{12}\right)^{-1}$

n: Número de términos de la serie $\quad n = 23$

$$200{,}000 = 8{,}000\left[\frac{\left(1+\frac{0.18}{12}\right)^{-1}\left(1-\left(1+\frac{0.18}{12}\right)^{-23}\right)}{1-\left(1+\frac{0.18}{12}\right)^{-1}}\right] + R\left(1+\frac{0.18}{12}\right)^{-24}$$

R = 64,832.396

Respuesta

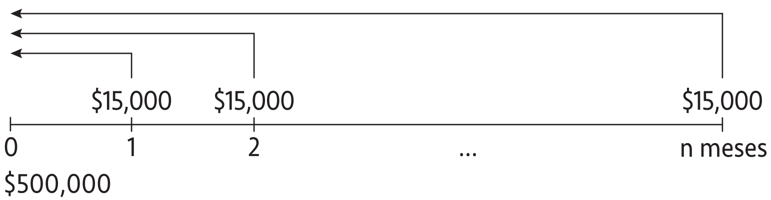
\$64,832.39 es el importe del pago complementario.

Problema 7

Para saldar una deuda de medio millón de pesos se efectúan pagos mensuales vencidos de \$15,000. El acreedor cobra una tasa de 10% anual, capitalizable mensualmente. Determine: *a)* ¿cuántos pagos se deberán realizar para cancelar la deuda? y *b)* ¿cuál sería el importe del pago complementario, efectuado un mes después de haber cubierto el último pago de \$15,000?

Solución

La unidad de tiempo empleada es el mes.



$$500{,}000 = 15{,}000\left(1+\frac{0.10}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{30}{30}} + 15{,}000\left(1+\frac{0.10}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{60}{30}} + \ldots$$

$$+\ 15{,}000\left(1+\frac{0.10}{\frac{360}{30}}\right)^{-n}$$

$$500{,}000 = 15{,}000\left[\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-1} + \left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-2} + \ldots + \left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-n}\right]$$

a) Para calcular el número de pagos se emplea la suma Sn de los primeros "n" términos para una progresión geométrica:

$$S_n = \frac{a\left(1-r^n\right)}{\left(1-r\right)}$$

donde

a: Primer término de la serie $\qquad a = \left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-1}$

r: Razón común $\qquad r = \left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-1}$

n: Número de términos de la serie $\qquad n = ?$

$$500{,}000 = 15{,}000\left[\frac{\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-1}\left(1-\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-n}\right)}{\left(1-\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-1}\right)}\right]$$

$$\frac{500{,}000}{15{,}000} = \left[\frac{\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-1}\left(1-\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-n}\right)}{\left(1-\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-1}\right)}\right]$$

$$(33.33333333)\left(1-\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-1}\right) = \left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-1}\left(1-\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-n}\right)$$

$$\frac{0.275482093}{\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-1}} = 1-\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-n}$$

$$\left[\frac{0.275482093}{\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-1}}-1\right]=-\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-n}$$

$$-0.722222222=-\left(1.008333333\right)^{-n}$$

$$(-1)(-0.722222222)=(-1)\left(-\left(1.008333333\right)^{-n}\right)$$

$$0.722222222=\left(1.008333333\right)^{-n}$$

$$\log(0.722222222)=-n\log(1.008333333)$$

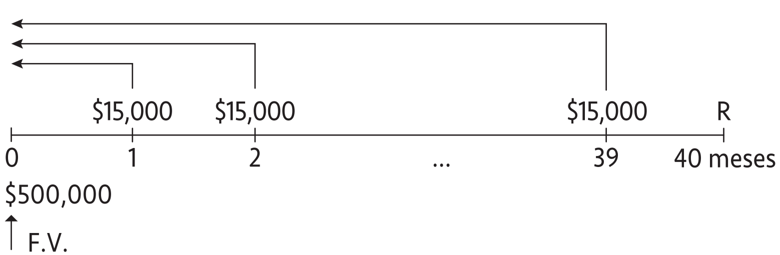
$$\frac{-0.141329152}{0.003604124269}=-n$$

$$-n=-39.21317424$$

$$n=39.21317424$$

b) Cálculo del pago complementario.

Sea R el pago complementario en el mes 40:



$$500{,}000=15{,}000\left[\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-1}+\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-2}+\ldots+\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-39}\right]$$

$$+R\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-40}$$

Se emplea la suma Sn de los primeros “n” términos para una progresión geométrica:

$$S_n=\frac{a\left(1-r^n\right)}{\left(1-r\right)}$$

Donde:

a: Primer término de la serie $\quad a=\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-1}$

r: Razón común $\quad r=\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-1}$

n: Número de términos de la serie $\quad n=39$

$$500{,}000=15{,}000\left[\frac{\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-1}\left(1-\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-39}\right)}{1-\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-1}}\right]+R\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-40}$$

R = 3,208.06

Respuesta

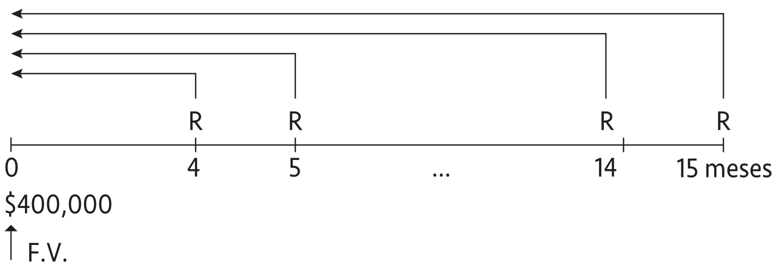
a) 39 pagos (de $15,000 cada uno), *b)* $3,208.06 es el pago complementario.

Problema 8

Se otorga un crédito por $400,000 en 12 meses, mediante rentas iguales; el primer pago debe realizarse al final del cuarto mes y la tasa de interés es de 30% nominal, capitalizable mensualmente, ¿cuál es el importe del pago periódico?

Solución

La unidad de tiempo empleada es el mes. Sea R el pago mensual fijo.



$$400{,}000 = R\left(1+\frac{0.30}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{120}{30}} + R\left(1+\frac{0.30}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{150}{30}} + \ldots$$

$$+\,R\left(1+\frac{0.30}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{450}{30}}$$

$$40{,}000 = R\left[\left(1+\frac{0.30}{12}\right)^{-4} + \left(1+\frac{0.30}{12}\right)^{-5} + \ldots + \left(1+\frac{0.30}{12}\right)^{-15}\right]$$

Se emplea la suma Sn de los primeros "n" términos para una progresión geométrica:

$$S_n = \frac{a\left(1-r^n\right)}{\left(1-r\right)}$$

Donde:

a: Primer término de la serie $\quad a = \left(1+\frac{0.30}{12}\right)^{-4}$

r: Razón común $\quad r = \left(1+\frac{0.30}{12}\right)^{-1}$

n: Número de términos de la serie $\quad n = 12$

$$400{,}000 = R\left[\frac{\left(1+\frac{0.30}{12}\right)^{-4}\left(1-\left(1+\frac{0.30}{12}\right)^{-12}\right)}{1-\left(1+\frac{0.30}{12}\right)^{-1}}\right]$$

$$R = 41{,}993.19$$

Respuesta

$41,993.19 es el importe del pago mensual fijo.

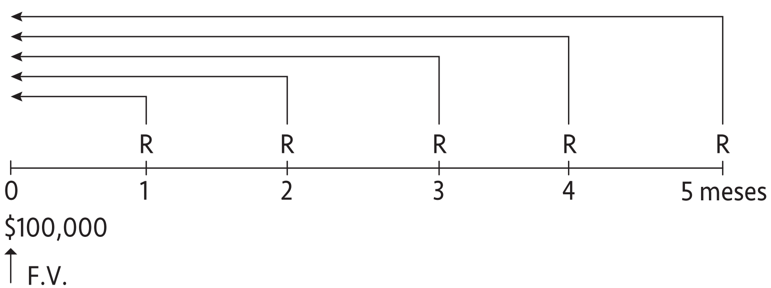
5

Problema 9

Un banco ofrece prestar a sus clientes distinguidos \$100,000 a una tasa preferencial de 1.08% mensual. La cantidad solicitada se pagará en 5 mensualidades fijas, ¿cuál será el importe de cada pago mensual?

Solución

La unidad de tiempo que se emplea es el mes. Sea R el pago mensual.



$$100{,}000 = R(1+0.0108)^{-\frac{30}{30}} + R(1+0.0108)^{-\frac{60}{30}} +$$

$$+ R(1+0.0108)^{-\frac{90}{30}} + R(1+0.0108)^{-\frac{120}{30}} + R(1+0.0108)^{-\frac{150}{30}}$$

$$100{,}000 = R\left[(1+0.0108)^{-1} + (1+0.0108)^{-2} +\right.$$

$$\left.+ (1+0.0108)^{-3} + (1+0.0108)^{-4} + (1+0.0108)^{-5}\right]$$

$$R = 20{,}652.6404$$

Respuesta

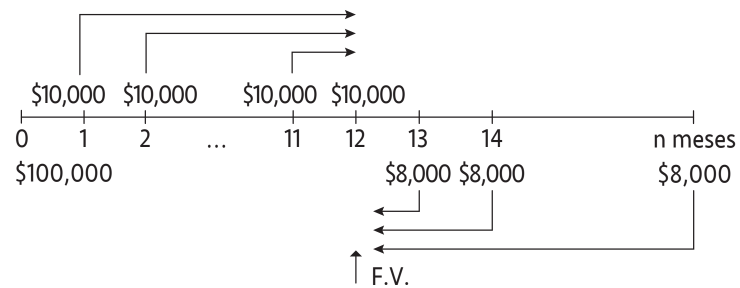
\$20,652.64 es el importe del pago mensual.

Problema 10

Se desea acumular un fondo durante 12 meses mediante pagos mensuales vencidos fijos de \$10,000, para tener derecho a retirar \$8,000 mensuales fijos hasta agotar el fondo. Si el primer retiro se efectúa un mes después del último depósito y la tasa de interés que opera en la transacción es de 12% anual, capitalizable mensualmente, ¿cuál sería el número de retiros a efectuarse?

Solución

La unidad de tiempo que se emplea es el mes.



Primero se calcula el monto al final de 12 meses:

$$VF = 10{,}000 + 10{,}000\left(1+\frac{0.12}{\frac{360}{30}}\right)^{\frac{30}{30}} + 10{,}000\left(1+\frac{0.12}{\frac{360}{30}}\right)^{\frac{60}{30}} + \ldots$$

$$+ 10{,}000\left(1+\frac{0.12}{\frac{360}{30}}\right)^{\frac{330}{30}}$$

$$VF = 10{,}000\left[1 + \left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{1} + \left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{2} + \ldots + \left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{11}\right]$$

Enseguida se emplea la suma Sn de los primeros "n" términos para una progresión geométrica:

$$S_n = \frac{a\left(1-r^n\right)}{\left(1-r\right)}$$

Donde:

a: Primer término de la serie $\quad a = 1$

r: Razón común $\quad r = \left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{1}$

n: Número de términos de la serie $\quad n = 12$

$$VF = 10{,}000\left[\frac{1\left(1-\left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{12}\right)}{1-\left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{1}}\right]$$

$VF = 126{,}825.0301$

Para hallar el número de retiros a efectuarse:

$$126{,}825.03 = 8{,}000\left(1+\frac{0.12}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{30}{30}} + 8{,}000\left(1+\frac{0.12}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{60}{30}} + \ldots$$

$$+\,8{,}000\left(1+\frac{0.12}{\frac{360}{30}}\right)^{-n}$$

$$126{,}825.03 = 8{,}000\left[\left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{-1} + \left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{-2} + \ldots + \left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{-n}\right]$$

Se emplea la suma Sn de los primeros "n" términos para una progresión geométrica:

$$S_n = \frac{a\left(1-r^n\right)}{\left(1-r\right)}$$

donde:

a: Primer término de la serie $\quad a = \left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{-1}$

r: Razón común $\quad r = \left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{-1}$

n: Número de términos de la serie $\quad n = ?$

$$126{,}825.03 = 8{,}000\left[\frac{\left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{-1}\left(1-\left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{-n}\right)}{\left(1-\left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{-1}\right)}\right]$$

$$\frac{126{,}825.03}{8{,}000} = \left[\frac{\left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{-1}\left(1-\left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{-n}\right)}{\left(1-\left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{-1}\right)}\right]$$

$$\left(15.8531288\right)\left(1-\left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{-1}\right) = \left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{-1}\left(1-\left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{-n}\right)$$

$$(0.15696167)\left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{1} = 1-\left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{-n}$$

$$0.15853129-1 = -\left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{-n}$$

$$-0.84146871 = -(1.01)^{-n}$$

$$0.84146871 = (1.01)^{-n}$$

$$\log(0.84146871) = -n\log(1.01)$$

$$\frac{-0.07496203}{0.004321373783} = -n$$

$$-17.3468048 = -n$$

$$n = 17.3468048$$

Respuesta

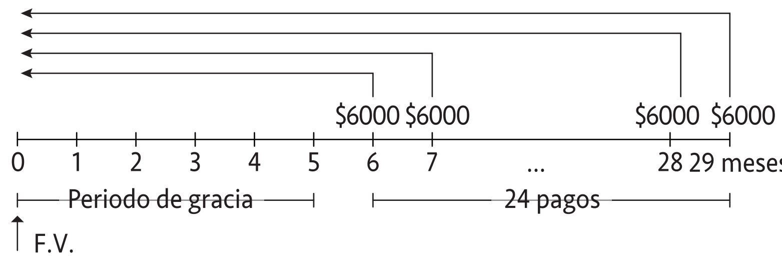
Se podrán realizar 17 retiros de $8,000 más uno complementario desconocido.

Problema 11

Una persona desea un préstamo por el cual podrá hacer un primer pago dentro de 6 meses, y posteriormente pagará $6,000 mensuales durante 2 años. Si la tasa de interés es de 7% anual, convertible mensualmente, ¿cuánto se le puede prestar?

Solución

La unidad de tiempo que se emplea es el mes.



$$V\,P = 6{,}000\left(1+\frac{\frac{0.07}{360}}{30}\right)^{-\frac{180}{30}} + 6{,}000\left(1+\frac{\frac{0.07}{360}}{30}\right)^{-\frac{210}{30}} + \ldots$$

$$+\,6{,}000\left(1+\frac{\frac{0.07}{360}}{30}\right)^{-\frac{840}{30}} + 6{,}000\left(1+\frac{\frac{0.07}{360}}{30}\right)^{-\frac{870}{30}}$$

$$VP = 6{,}000\left[\left(1+\frac{0.07}{12}\right)^{-6}+\left(1+\frac{0.07}{12}\right)^{-7}+\ldots+\left(1+\frac{0.07}{12}\right)^{-28}+\left(1+\frac{0.07}{12}\right)^{-29}\right]$$

Se emplea la suma Sn de los primeros "n" términos para una progresión geométrica:

$$S_n = \frac{a\left(1-r^n\right)}{(1-r)}$$

donde:

a: Primer término de la serie $\quad a = \left(1 + \dfrac{0.07}{12}\right)^{-6}$

r: Razón común $\quad r = \left(1 + \dfrac{0.07}{12}\right)^{-1}$

n: Número de términos de la serie $\quad n = 24$

$$VP = 6{,}000\left[\frac{\left(1+\dfrac{0.07}{12}\right)^{-6}\left(1-\left(1+\dfrac{0.07}{12}\right)^{-24}\right)}{\left(1-\left(1+\dfrac{0.07}{12}\right)^{-1}\right)}\right]$$

$VP = 130{,}169.43$

Respuesta

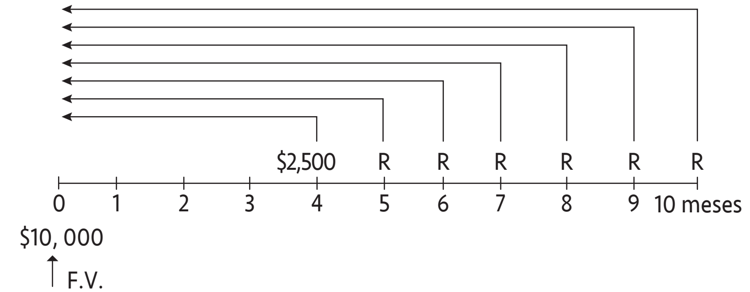
$130,169.43 es la cantidad que se puede prestar.

Problema 12

Un préstamo de $10,000, a una tasa de interés de 3.5% efectivo anual, se liquida mediante un pago de $2,500 al término de 4 meses, seguido de 6 pagos mensuales iguales. ¿Cuál es el importe del pago periódico?

Solución

La unidad de tiempo empleada es el año. Sea R el importe del pago mensual.



$$10{,}000 = 2{,}500(1+0.035)^{-\frac{4}{12}} + R(1+0.035)^{-\frac{5}{12}} + R(1+0.035)^{-\frac{6}{12}}$$
$$+ R(1+0.035)^{-\frac{7}{12}} + R(1+0.035)^{-\frac{8}{12}}$$
$$+ R(1+0.035)^{-\frac{9}{12}} + R(1+0.035)^{-\frac{10}{12}}$$

$$10{,}000 = 2{,}500(1+0.035)^{-\frac{4}{12}} + R\Big[(1+0.035)^{-\frac{5}{12}} + (1+0.035)^{-\frac{6}{12}}$$
$$+ (1+0.035)^{-\frac{7}{12}} + (1+0.035)^{-\frac{8}{12}}$$
$$+ (1+0.035)^{-\frac{9}{12}} + (1+0.035)^{-\frac{10}{12}}\Big]$$

$R = 1{,}282.01$

Respuesta

$1,282.01 es el importe del pago mensual.

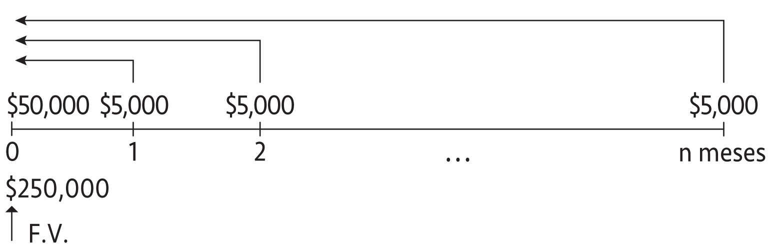
5

Problema 13

¿Durante cuánto tiempo se tendrán que hacer pagos fijos vencidos mensuales de $5,000 para liquidar el financiamiento de un automóvil con valor de $250,000 y un enganche de 20% sobre el precio de contado? La tasa del financiamiento es de 14% anual, capitalizable mensualmente.

Solución

La unidad de tiempo empleada es el mes.



$$250{,}000 = 50{,}000 + 5{,}000\left(1+\frac{0.14}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{30}{30}}$$

$$+\,5{,}000\left(1+\frac{0.14}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{60}{30}} + \ldots + 5{,}000\left(1+\frac{0.14}{\frac{360}{30}}\right)^{-n}$$

$$200{,}000 = 5{,}000\left[\left(1+\frac{0.14}{12}\right)^{-1} + \left(1+\frac{0.14}{12}\right)^{-2} + \ldots + \left(1+\frac{0.14}{12}\right)^{-n}\right]$$

Se emplea la suma, Sn de los primeros "n" términos para una progresión geométrica donde:

$$S_n = \frac{a\left(1-r^n\right)}{\left(1-r\right)}$$

Donde

a: Primer término de la serie $\quad a = \left(1+\frac{0.14}{12}\right)^{-1}$

r: Razón común $\quad r = \left(1+\frac{0.14}{12}\right)^{-1}$

n: Número de términos de la serie $\quad n = ?$

$$200{,}000 = 5{,}000\left[\frac{\left(1+\frac{0.14}{12}\right)^{-1}\left(1-\left(1+\frac{0.14}{12}\right)^{-n}\right)}{\left(1-\left(1+\frac{0.14}{12}\right)^{-1}\right)}\right]$$

$$\frac{200{,}000}{5{,}000} = \left[\frac{\left(1+\frac{0.14}{12}\right)^{-1}\left(1-\left(1+\frac{0.14}{12}\right)^{-n}\right)}{\left(1-\left(1+\frac{0.14}{12}\right)^{-1}\right)}\right]$$

$$(40)\left(1-\left(1+\frac{0.14}{12}\right)^{-1}\right) = \left(1+\frac{0.14}{12}\right)^{-1}\left(1-\left(1+\frac{0.14}{12}\right)^{-n}\right)$$

$$\frac{0.461285008}{\left(1+\frac{0.14}{12}\right)^{-1}} = 1-\left(1+\frac{0.14}{12}\right)^{-n}$$

5

$$\frac{0.461285008}{\left(1+\frac{0.14}{12}\right)^{-1}} - 1 = -\left(1+\frac{0.14}{12}\right)^{-n}$$

$$-0.533333333 = -\left(1.011666667\right)^{-n}$$

$$\log\left(0.533333333\right) = -n\log\left(1.011666667\right)$$

$$\frac{-0.273001272}{0.005037440692} = -n$$

$$-54.19443901 = -n$$

$$n = 54.19443901$$

Respuesta

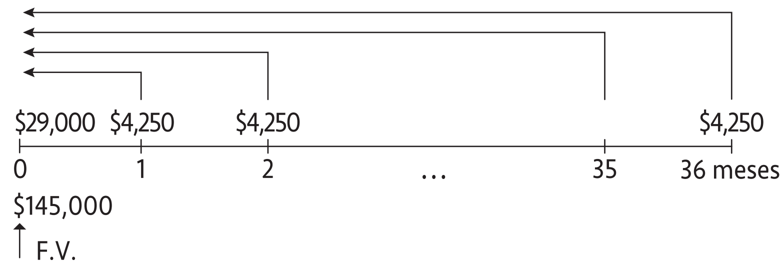
Se realizan 54 pagos fijos vencidos mensuales de $5,000 para liquidar el financiamiento del automóvil y un pago complementario desconocido.

Problema 14

Se adquiere un automóvil con valor de $145,000, se aporta 20% de su valor y el resto es financiado mediante pagos mensuales fijos vencidos de $4,250, durante 3 años. ¿Cuál es la tasa de interés anual, capitalizable mensualmente, del financiamiento?

Solución

La unidad empleada es el mes, Sea i la tasa de interés anual, capitalizable mensualmente.



$$145{,}000 = 29{,}000 + 4{,}250\left(1+\frac{i}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{30}{30}} + 4{,}250\left(1+\frac{i}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{60}{30}} + \ldots$$

$$4{,}250\left(1+\frac{i}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{1050}{30}} + 4{,}250\left(1+\frac{i}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{1080}{30}}$$

$$116{,}000 = 4{,}250\left[\left(1+\frac{i}{12}\right)^{-1} + \left(1+\frac{i}{12}\right)^{-2} + \ldots + \left(1+\frac{i}{12}\right)^{-35} + \left(1+\frac{i}{12}\right)^{-36}\right]$$

A partir de la anterior expresión se puede aplicar una interpolación lineal, o la suma Sn de los primeros "n" términos para una progresión geométrica:

$$S_n = \frac{a\left(1-r^n\right)}{\left(1-r\right)}$$

Donde:

a: Primer término de la serie $\qquad a = \left(1+\frac{i}{12}\right)^{-1}$

r: Razón común $\qquad r = \left(1+\frac{i}{12}\right)^{-1}$

n: Número de términos de la serie $\qquad n = 36$

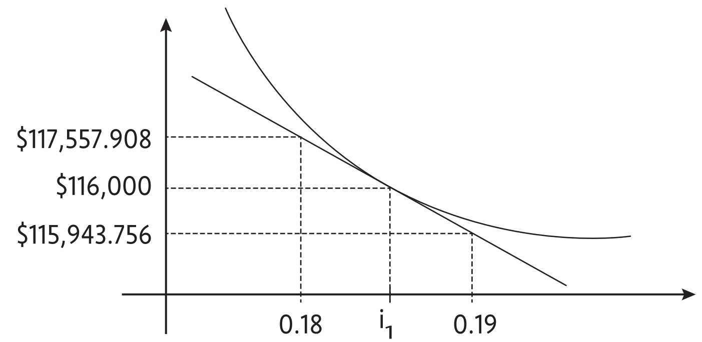
$$116{,}000 = 4{,}250\left[\frac{\left(1+\frac{i}{12}\right)^{-1}\left(1-\left(1+\frac{i}{12}\right)^{-36}\right)}{\left(1-\left(1+\frac{i}{12}\right)^{-1}\right)}\right]$$

Mediante ensayo-error se obtienen los siguientes valores:

i	Valor actual ($)
0.14	124,350.343
0.15	122,600.886
0.16	120,886.196
0.17	119,205.466
0.18	117,557.908
i	116,000.000
0.19	115,942.756
0.2	114,359.263

La tasa de interés con la que se obtuvo el financiamiento está entre 18% y 19%.

i	Valor actual ($)
0.18	117,557.908
i	116,000.000
0.19	115,942.756



Al igualar dos pendientes de la misma recta se tiene:

$$\frac{116{,}000 - 117{,}557.908}{i - 0.18} = \frac{115{,}942.756 - 117{,}557.908}{0.19 - 0.18}$$

$$i = 0.189645581$$

Respuesta

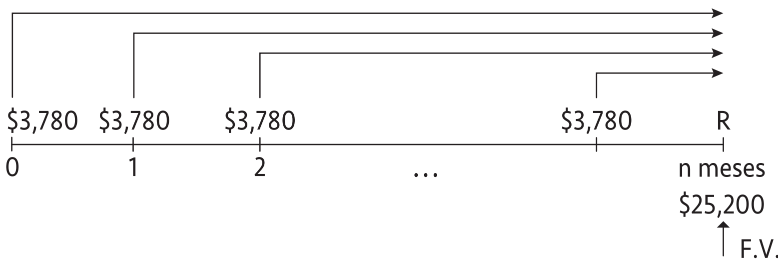
18.96% es la tasa de interés anual.

Problema 15

¿Cuántos pagos mensuales de $3,780, efectuados a partir de hoy, y qué pago complementario serán necesarios para acumular $25,200 si el dinero gana un interés de 60%, capitalizable mensualmente?

Solución

Sea R el importe del pago complementario:



$$25{,}200\left(1+\frac{0.60}{\frac{360}{30}}\right)^{-n} = 3{,}780 + 3{,}780\left(1+\frac{0.60}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{30}{30}} +$$

$$3{,}780\left(1+\frac{0.60}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{60}{30}} + \dots + 3{,}780\left(1+\frac{0.60}{\frac{360}{30}}\right)^{-n}$$

$$25{,}200\left(1+\frac{0.60}{12}\right)^{-n} = 3{,}780\left[\left(1+\frac{0.60}{12}\right)^{-1} + \left(1+\frac{0.60}{12}\right)^{-2} + \dots\right.$$

$$\left. + \left(1+\frac{0.60}{12}\right)^{-n}\right]$$

Se emplea la suma Sn de los primeros "n" términos para una progresión geométrica:

$$S_n = \frac{a\left(1-r^n\right)}{\left(1-r\right)}$$

donde:

a: Primer término de la serie $\qquad a = \left(1+\frac{0.60}{12}\right)^{-1}$

r: Razón común $\qquad r = \left(1+\frac{0.60}{12}\right)^{-1}$

n: Número de términos de la serie $\qquad n = ?$

$$25{,}200\left(1+\frac{0.60}{12}\right)^{-n} = 3{,}780\left[\frac{\left(1+\frac{0.60}{12}\right)^{-1}\left(1-\left(1+\frac{0.60}{12}\right)^{-n}\right)}{\left(1-\left(1+\frac{0.60}{12}\right)^{-1}\right)}\right]$$

$$\frac{25{,}200}{3{,}780}\left(1-\left(1+\frac{0.60}{12}\right)^{-1}\right) =$$

$$\left[\left(1+\frac{0.60}{12}\right)^{-1}\left(1-\left(1+\frac{0.60}{12}\right)^{-n}\right)\right]\left(1+\frac{0.60}{12}\right)^{n}$$

$$\left(0.317460317\right)\left(1+\frac{0.60}{12}\right)^{1} = \left(1-\left(1+\frac{0.60}{12}\right)^{-n}\right)\left(1+\frac{0.60}{12}\right)^{n}$$

$$0.333333332 = \left(1+\frac{0.60}{12}\right)^{n} - \left(1+\frac{0.60}{12}\right)^{0}$$

$$0.333333332 = \left(1+\frac{0.60}{12}\right)^{n} - 1$$

$$0.333333332 + 1 = \left(1+\frac{0.60}{12}\right)^{n}$$

$$1.333333332 = (1.05)^n$$

$$\log(1.333333332) = n \log(1.05)$$

$$\frac{0.124938736}{0.021189299} = n$$

$$n = 5.896312859 \text{ meses}$$

Cálculo del pago complementario.

Sea R el importe del pago complementario.

$$25{,}200\left(1+\frac{0.60}{12}\right)^{-6} = 3{,}780\left[\left(1+\frac{0.60}{12}\right)^{-1} + \left(1+\frac{0.60}{12}\right)^{-2} + \ldots + \left(1+\frac{0.60}{12}\right)^{-5}\right] + R\left(1+\frac{0.60}{12}\right)^{-6}$$

Se emplea la suma Sn de los primeros “n” términos para una progresión geométrica:

$$S_n = \frac{a\left(1-r^n\right)}{\left(1-r\right)}$$

donde:

a: Primer término de la serie $\quad a = \left(1+\frac{0.60}{12}\right)^{-1}$

r: Razón común $\quad r = \left(1+\frac{0.60}{12}\right)^{-1}$

n: Número de términos de la serie $\quad n = 5$

$$25{,}200\left(1+\frac{0.60}{12}\right)^{-6} = 3{,}780\left[\frac{\left(1+\frac{0.60}{12}\right)^{-1}\left(1-\left(1+\frac{0.60}{12}\right)^{-5}\right)}{\left(1-\left(1+\frac{0.60}{12}\right)^{-1}\right)}\right] + R\left(1+\frac{0.60}{12}\right)^{-6}$$

$R = 3{,}268.77$

Respuesta

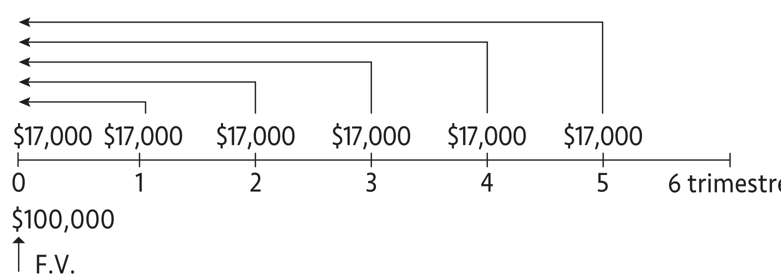
Se harán 5 pagos de $3,780 y uno complementario de $3,268.77 para acumular $25,200.

Problema 16

Un préstamo por $100,000 se devolverá mediante 6 pagos trimestrales anticipados de $17,000 cada uno. ¿Cuál es la tasa de interés anual convertible trimestralmente?

Solución

La unidad de tiempo empleada es el trimestre.
Sea i la tasa de interés anual convertible trimestralmente.



$$100{,}000 = 17{,}000 + 17{,}000\left(1+\frac{i}{\frac{360}{90}}\right)^{-\frac{90}{90}} + 17{,}000\left(1+\frac{i}{\frac{360}{90}}\right)^{-\frac{180}{90}}$$

$$+\,17{,}000\left(1+\frac{i}{\frac{360}{90}}\right)^{-\frac{270}{90}} + 17{,}000\left(1+\frac{i}{\frac{360}{90}}\right)^{-\frac{360}{90}} + 17{,}000\left(1+\frac{i}{\frac{360}{90}}\right)^{-\frac{450}{90}}$$

$$100{,}000 = 17{,}000\left[1+\left(1+\frac{i}{4}\right)^{-1}+\left(1+\frac{i}{4}\right)^{-2}+\left(1+\frac{i}{4}\right)^{-3}+\left(1+\frac{i}{4}\right)^{-4}+\left(1+\frac{i}{4}\right)^{-5}\right]$$

A partir de esta expresión se puede aplicar una interpolación lineal, o la suma Sn de los primeros "n" términos para una progresión geométrica:

$$S_n = \frac{a\left(1-r^n\right)}{\left(1-r\right)}$$

donde:

a: Primer término de la serie $\quad a = \left(1+\frac{i}{4}\right)^{-1}$

r: Razón común $\quad r = \left(1+\frac{i}{4}\right)^{-1}$

n: Número de términos de la serie $\quad n = 5$

Se considera al segundo término de la serie como el primero para S_n

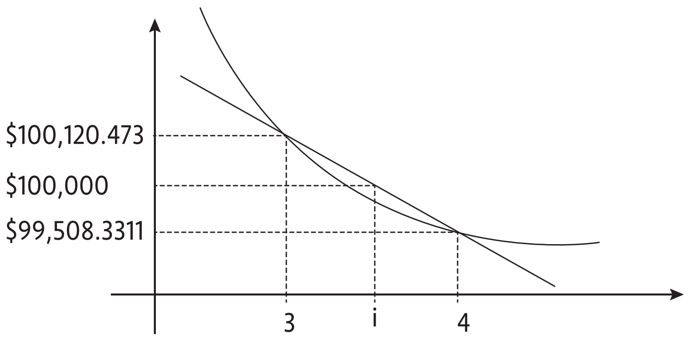
$$100{,}000 = 17{,}000\left[1+\frac{\left(1+\frac{i}{4}\right)^{-1}\left(1-\left(1+\frac{i}{4}\right)^{-5}\right)}{\left(1-\left(1+\frac{i}{4}\right)^{-1}\right)}\right]$$

Mediante ensayo-error se obtienen los siguientes valores:

i	Valor actual ($)
0.01	101,366.2000
0.02	100,739.7280
0.03	100,120.4730
i	100,000.0000
0.04	99,508.3311
0.05	98,903.1958
0.06	98,304.9645
0.07	97,713.5363

La tasa de interés con la que se obtuvo el préstamo está entre 3% y 4%.

i	Valor actual ($)
0.03	100,120.4730
i	100,000.0000
0.04	99,508.3311



Al igualar dos pendientes de la misma recta se tiene:

$$\frac{100{,}000 - 100{,}120.473}{i - 0.03} = \frac{95{,}508.3311 - 100{,}120.473}{0.04 - 0.03}$$

i = 0.031968056

Respuesta

3.196% es la tasa de interés anual.

5

6
Amortización

Objetivo: Analizar la extinción de deudas a largo plazo, con pagos fijos y tasa de interés fija; con pagos fijos y tasa variable; con pagos variables y tasa de interés fija y variable.

Amortización

1. Una deuda a 30 años se liquida mediante pagos fijos mensuales de $15,000 calculados a la tasa de 13% anual capitalizable mensualmente: *a)* ¿cuál es el importe de la deuda?, *b)* ¿cuál será el nuevo pago mensual si dentro de 7 años se aplica un pago de $75,000 directamente al capital y el nuevo capital insoluto resultante se renegocia a una tasa de 12% anual durante el tiempo faltante?, *c)* ¿cuál es el importe de los intereses pagados por el crédito?
   Respuesta: *a)*$1,355,994.08, *b)* $13,238.00, *c)* $3,632,695.49.

2. Se otorga un crédito de $400,000, pagadero a 12 meses mediante rentas iguales; el primer pago debe realizarse al final del cuarto mes y la tasa de interés es de 30% nominal, capitalizable mensualmente. Calcule el importe del pago periódico.
   Respuesta: $ 41,993.18 es el pago periódico mensual.

3. Se adquiere una propiedad en $360,000, el comprador paga $60,000 al contado y acuerda aportar $40,000 al final de cada mes. Si la tasa de interés es de 10% efectiva mensual, ¿cuántos pagos completos deberán realizarse y cuál será el valor del pago fraccionario que cancela si éste se efectúa un mes después de que se realizó el último pago de $40,000? Elabore la tabla de amortización para responder.
   Respuesta: 14 pagos de $40,000 y uno fraccionario de $22,275.18

4. Elabore la tabla de amortización para una deuda de $500,000 pactada a 3 años mediante rentas semestrales fijas vencidas. La tasa de interés que se cobra es de 22% nominal capitalizable cada 28 días: *a)* Si se realizan cuatro pagos, ¿cuál es la cantidad con la que se puede cancelar el adeudo? *b)* ¿Cuál es el importe total de interés pagado después de efectuar dos pagos periódicos?
   Respuesta: *a)* Una vez que se han realizado cuatro pagos, el capital que se adeuda al principio del siguiente semestre es de $204,44.08; *b)* Los intereses pagados corresponden a la suma de los intereses del primer y segundo semestre, o sea, $108,053.88.

5. Un banco ofrece prestar $100,000 a sus clientes distinguidos a una tasa preferencial de 1.08% mensual. La cantidad solicitada se pagará en cinco mensualidades fijas, ¿cuál será el importe de cada pago mensual? Elabore la tabla de amortización.
   Respuesta: $20,652.64 es el monto de los pagos mensuales fijos.

6. Un préstamo hipotecario de $300,000 se amortiza mediante pagos mensuales fijos a una tasa de 12% y un enganche de 15% sobre el precio de contado. Indique: *a)* ¿Cuál sería el importe de los intereses si los plazos fueran de 20 o 25 años? *b)* ¿Cuál sería el costo del financiamiento incluyendo el enganche en cada caso? *c)* Si se realizan pagos durante 5 años y en ese momento se desea cancelar la deuda en una sola exhibición, ¿cuál sería el importe del pago en cada caso?
Respuesta: Para 20 años: *a)* $418,864.80, *b)* $718,864.80, *c)* véase el cuadro correspondiente. Para 25 años: *a)* $550,716, *b)* $850,716.00, *c)* véase el cuadro correspondiente.

7. Elabore una tabla de amortización para una deuda de $100,000, contratada a 5 años con pagos bimestrales vencidos iguales y tres pagos semestrales iguales al importe de tres bimestralidades; la tasa de interés pactada es de 18% anual convertible semestralmente. El primer pago semestral se realiza dentro de seis meses.
Respuesta: ver la tabla de amortización correspondiente.

8. Una deuda de $500,000 se pacta a tres años mediante pagos semestrales fijos vencidos, se extingue además con tres pagos anuales, cada uno de estos tres es igual al importe de dos semestres: *a)* ¿Cuál es el importe de los pagos periódicos si la tasa es de 22% nominal, capitalizable cada 28 días, *b)* elabore una tabla de amortización.
Respuesta: *a)* $61,668.78 es el importe del pago semestral y $185,006.34 el de cada pago anual, *b)* ver la tabla correspondiente.

9. Se adquiere un terreno por 6.5 millones de pesos mediante un pago de contado de 1.5 millones y el resto en pagos mensuales durante cinco años. El financiamiento se pacta a una tasa de 8% anual convertible mensualmente en los primeros dos años y de 9% convertible mensualmente durante el tiempo restante. *a)* ¿Cuál es el importe de los pagos mensuales? *b)* Si después de dos años de haber contratado la deuda el comprador del terreno desea traspasarla, ¿qué cantidad de dinero deberá pedir como mínimo? Considere que no hay inflación. *c)* ¿Cuál es la trasferencia de derechos del deudor por el crédito saldado al final del segundo año?
Respuesta: *a)* $102,203.20, *b)* $3,952,885.44, *c)* 35.54%.

10. Para saldar una deuda de medio millón de pesos se efectúan pagos mensuales vencidos de $15,000. El acreedor cobra una tasa de 10% anual, capitalizable mensualmente. Determine: *a)* ¿cuántos pagos de $15,000 se realizarán para extinguir la deuda?, *b)* ¿cuál sería el importe del pago complementario efectuado un mes después de haber realizado el último pago de $15,000?
Respuesta: *a)* 39 pagos, *b)* $3,208.06

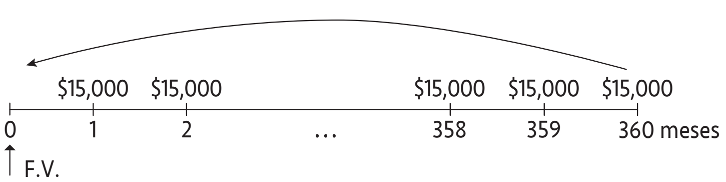
11. Un automóvil con valor de $160,000 se compra con un enganche de 15% y pagos mensuales iguales durante 24 meses, con una tasa de 14.25% nominal, convertible mensualmente. Cuando el deudor ha pagado ocho mensualidades renegocia su deuda para realizar pagos mensuales de $2,000 a 17% durante el tiempo que sea necesario hasta extinguir la deuda. *a)* ¿Cuántos pagos de $2,000 debe realizar?, *b)* si hubiese realizado un pago complementario, ¿cuál sería su importe?, *c)* elabore una tabla de amortización.
Respuesta: *a)* 79 pagos de $2,000.00, *b)* $501.68 es el importe del pago complementario, *c)* ver la tabla de amortización correspondiente

Amortización

Problema 1

Una deuda a 30 años se liquida mediante pagos fijos mensuales de \$15,000 calculados a la tasa de 13% anual capitalizable mensualmente: *a)* ¿cuál es el importe de la deuda?, *b)* ¿cuál será el nuevo pago mensual si dentro de 7 años se aplica un pago de \$75,000 directamente al capital y el nuevo capital insoluto resultante se renegocia a una tasa de 12% anual durante el tiempo faltante?, *c)* ¿cuál es el importe de los intereses pagados por el crédito?

Solución



a) El importe de la deuda (el valor presente) se obtiene al descontar los intereses de cada pago, desde el momento en que se efectúa hasta el momento presente.

La unidad de tiempo es el mes.

$$VP = 15{,}000\left(1+\frac{\frac{0.13}{360}}{30}\right)^{-\frac{30}{30}} + 15{,}000\left(1+\frac{\frac{0.13}{360}}{30}\right)^{-\frac{60}{30}} + \ldots + 15{,}000\left(1+\frac{\frac{0.13}{360}}{30}\right)^{-\frac{10{,}800}{30}}$$

$$VP = 15{,}000\left[\left(1+\frac{0.13}{12}\right)^{-1} + \left(1+\frac{0.13}{12}\right)^{-2} + \ldots + \left(1+\frac{0.13}{12}\right)^{-360}\right]$$

Se emplea la suma, S_n de los primeros “n” términos para una progresión geométrica:

$$S_n = \frac{a\left(1-r^n\right)}{\left(1-r\right)}$$

donde:

a: Primer término de la serie $\quad a = \left(1+\frac{0.13}{12}\right)^{-1}$

r: Razón común $\quad r = \left(1+\frac{0.13}{12}\right)^{-1}$

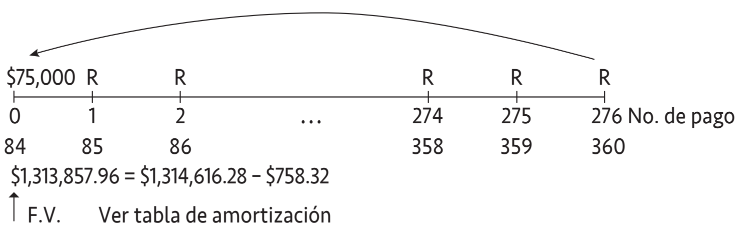
n: Número de términos de la serie $\quad n = 360$

$$VP = 15{,}000\left[\frac{\left(1+\frac{0.13}{12}\right)^{-1}\left(1-\left(1+\frac{0.13}{12}\right)^{-360}\right)}{1-\left(1+\frac{0.13}{12}\right)^{-1}}\right]$$

$$VP = 1{,}355{,}994.08$$

b) Nuevo pago mensual.

En el mes 84 se realiza un pago directo al capital de \$75,000, con la nueva tasa de 12% anual, capitalizable mensualmente.



Cálculo del nuevo pago mensual:

$$1{,}313{,}857.96 = 75{,}000 + R\left(1+\frac{\frac{0.12}{360}}{30}\right)^{-\frac{30}{30}} +$$

$$R\left(1+\frac{\frac{0.12}{360}}{30}\right)^{-\frac{60}{30}} + \ldots + R\left(1+\frac{\frac{0.12}{360}}{30}\right)^{-\frac{8280}{30}}$$

$$1{,}238{,}857.96 = R\left(1+\frac{\frac{0.12}{360}}{30}\right)^{-\frac{30}{30}} + R\left(1+\frac{\frac{0.12}{360}}{30}\right)^{-\frac{60}{30}} + \ldots + R\left(1+\frac{\frac{0.12}{360}}{30}\right)^{-\frac{8280}{30}}$$

$$1{,}238{,}857.96 = R\left[\left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{-1} + \left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{-2} + \ldots + \left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{-276}\right]$$

Se emplea la suma S_n de los primeros “n” términos para una progresión geométrica:

$$S_n = \frac{a\left(1-r^n\right)}{\left(1-r\right)}$$

donde:

a: Primer término de la serie $\quad a = \left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{-1}$

r: Razón común $\quad r = \left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{-1}$

n: Número de términos de la serie $\quad n = 276$

$$1{,}238{,}857.96 = R\left[\frac{\left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{-1}\left(1-\left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{-276}\right)}{1-\left(1+\frac{0.12}{12}\right)^{-1}}\right]$$

$$R = 13{,}238$$

6

La tabla de amortización es:

			Composición del pago		
	Número de pagos	**Capital insoluto al principio del periodo**	**Interés contenido en el pago**	**Capital contenido en el pago**	**Pago fijo con tasa variable**
i(12) = 0.13	1	$1,355,994.08	$14,689.93	$310.06	$15,000
	2	$1,355,684.01	$14,686.57	$313.42	$15,000
	...				
	84	$1,314,616.28	$14,241.67	$758.32	$15,000
	Suma				
i(12) =0.12	85	$1,238,857.96	$12,388.58	$849.42	$13,238
	...				
	359	$26,085.66	$260.85	$12,977.14	$13,238
	360	$13,108.51	$131.08	$131.06	$13,238
	Suma		$3,632,695.49	$1,238,856.36	

c) El importe de los intereses pagados por el crédito se calcula mediante la suma de todos los intereses contenidos en el pago, en la tabla de amortización. Dicha suma es igual a $3,632,695.49.

Respuesta

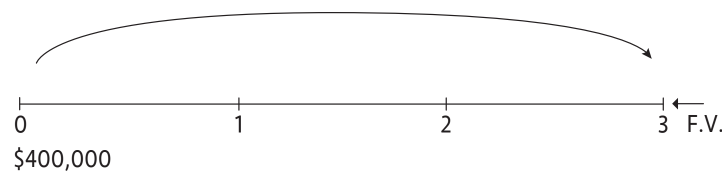
a) $1,355,994.08, *b)* $13,238.00, *c)* $3,632,695.49.

Problema 2

Se otorga un crédito de $400,000, pagadero a 12 meses mediante rentas iguales; el primer pago debe realizarse al final del cuarto mes y la tasa de interés es de 30% nominal, capitalizable mensualmente. Calcule el importe del pago periódico.

Solución

Éste es un crédito contratado con tres meses de gracia. Se calculan los intereses de los primeros tres meses porque aun cuando no existe un abono a capital, el crédito exige el pago de los intereses.

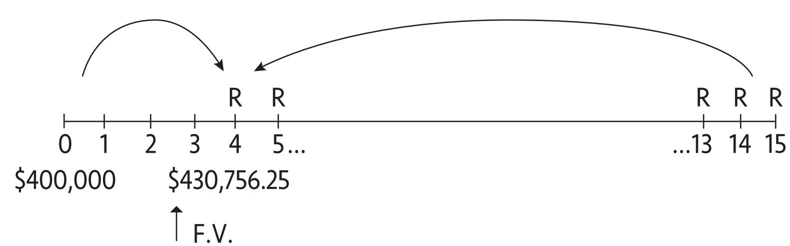


$$VF = 400{,}000\left(1+\frac{0.30}{\frac{360}{30}}\right)^{\frac{90}{30}}$$

$$VF = 430{,}756.25$$

El monto de los intereses es de $30,756.25 al final del tercer mes.

Enseguida se calcula el pago mensual.



Cálculo del pago mensual:

$$430{,}756.25 = R\left(1+\frac{0.30}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{30}{30}} + R\left(1+\frac{0.30}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{60}{30}} + \ldots + R\left(1+\frac{0.30}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{360}{30}}$$

$$R = 41{,}993.189$$

		Composición del pago		
Número de Pagos	Capital insoluto al principio del periodo	Interés contenido en el pago	Capital contenido en el pago	Renta
1	$430,756.25	$10,768.91	$31,224.28	$41,993.19
2	$399,531.97	$9,988.30	$32,004.89	$41,993.19
3	$367,527.08	$9,188.18	$32,805.01	$41,993.19
4	$334,722.06	$8,368.05	$33,625.14	$41,993.19
5	$301,096.93	$7,527.42	$34,465.77	$41,993.19
6	$266,631.16	$6,665.78	$35,327.41	$41,993.19
7	$231,303.75	$5,782.59	$36,210.60	$41,993.19
8	$195,093.16	$4,877.33	$37,115.86	$41,993.19
9	$157,977.29	$3,949.43	$38,043.76	$41,993.19
10	$119,933.54	$2,998.34	$38,994.85	$41,993.19
11	$80,938.69	$2,023.47	$39,969.72	$41,993.19
12	$40,968.97	$1,024.22	$40,968.97	$41,993.19
Suma		$73,162.02	$430,756.25	

Respuesta

$ 41,993.18 es el pago periódico mensual.

Problema 3

Se adquiere una propiedad en $360,000, el comprador paga $60,000 al contado y acuerda aportar $40,000 al final de cada mes. Si la tasa de interés es de 10% efectiva mensual, ¿cuántos pagos completos deberán realizarse y cuál será el valor del pago fraccionario que cancela si éste se efectúa un mes después de que se realizó el último pago de $40,000? Elabore la tabla de amortización para responder.

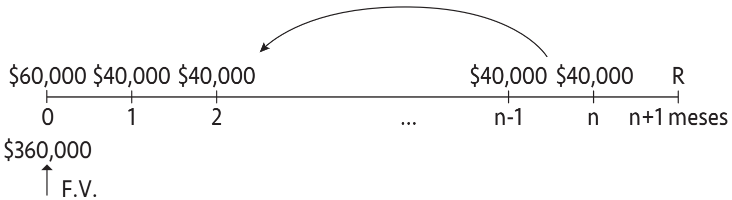
Solución

Como se conoce el pago periódico, basta con elaborar la tabla de amortización. De este modo, sólo será necesario leer a qué número de pago corresponde el pago del capital. La tabla de amortización es:

Número de pagos	Capital insoluto al principio del periodo	Interés contenido en el pago	Capital contenido en el pago	Pago periódico
1	$300,000	$30,000	$10,000	$40,000
2	$290,000	$29,000	$11,000	$40,000
...				
14	$54,772.87	$5,477.28	$34,522.71	$40,000
15	$20,250.16	$2,025.01	$20,250.17	$22,275.18
Suma			$300,000.00	

En la tabla se observa que en el pago número 14 se realiza el último abono de \$40,000, al que le sigue otro fraccionario de \$22,275.18. Con lo que se cancela la deuda.

Este problema también se puede plantear sin elaborar la tabla de amortización:



La unidad de tiempo es el mes.

Se realizará el cálculo del número de pagos de \$40,000 que se efectuarán para cancelar la deuda de \$360,000. Primero se valúa en el momento presente.

$360{,}000 = 60{,}000 + 40{,}000\,(1 + 0.10)^{-1} + 40{,}000\,(1 + 0.10)^{-2} + \dots$
$+\ 40{,}000\,(1 + 0.10)^{-n}$

$300{,}000 = 40{,}000\,[(1 + 0.10)^{-1} + (1 + 0.10)^{-2} + (1 + 0.10)^{-n}]$

Se emplea la suma S_n de los primeros "n" términos para una progresión geométrica:

$$S_n = \frac{a\left(1 - r^n\right)}{\left(1 - r\right)}$$

donde:

a: Primer término de la serie $\quad a = (1 + 10.10)^{-1}$

r: Razón común $\quad r = (1 + 10.10)^{-1}$

n: Número de términos de la serie $\quad n = ?$

$$300{,}000 = 40{,}000\left[\frac{\left(1+0.10\right)^{-1}\left(1-\left(1+0.10\right)^{-n}\right)}{1-\left(1+0.10\right)^{-1}}\right]$$

Se resuelve aritméticamente y aplicando logaritmos:

$$7.5 = \left[\frac{\left(1+0.10\right)^{-1}\left(1-\left(1+0.10\right)^{-n}\right)}{1-\left(1+0.10\right)^{-1}}\right]$$

$$\left[\frac{\left(7.5\right)\left(1-\left(1+0.10\right)^{-1}\right)}{\left(1+0.10\right)^{-1}}\right] - 1 = -\left(1+0.10\right)^{-n}$$

$$\log 0.25 = n \log 1.10$$

$$\frac{\log(0.25)}{\log(1.10)} = n$$

$$n = 14.54$$

Para saldar la deuda deben realizarse 14 pagos de \$40,000 y un pago fraccionario. Para encontrar el importe del pago fraccionario:

$300{,}000 = 40{,}000\,[(1 + 0.10)^{-1} + (1 + 0.10)^{-2} + \dots + (1 + 0.10)^{-14}] +$
$R(1 + 0.10)^{-15}\ +$

$$R = 22{,}275.18$$

Con lo cual se verifica la solución obtenida mediante la tabla de amortización.

Respuesta

14 pagos de $40,000 y uno fraccionario de $22,275.18

Problema 4

Elabore la tabla de amortización para una deuda de $500,000 pactada a 3 años mediante rentas semestrales fijas vencidas. La tasa de interés que se cobra es de 22% nominal capitalizable cada 28 días:

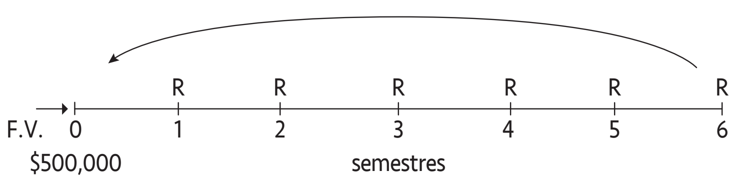
a) Si se realizan cuatro pagos, ¿cuál es la cantidad con la que se puede cancelar el adeudo?

b) ¿Cuál es el importe total de interés pagado después de efectuar los dos primeros pagos periódicos?

Solución

El periodo de pago de la tasa de interés no coincide con el periodo de pago de la renta (la cual puede calcularse directamente con la tasa de interés proporcionada), por ello, para calcular la tabla de amortización debe encontrarse una tasa de interés nominal capitalizable semestralmente, equivalente a la tasa de 22% nominal capitalizable cada 28 días.

El flujo de rentas semestrales se muestra a continuación:



$$500{,}000 = R\left(1+\frac{0.22}{\frac{360}{28}}\right)^{-\frac{180}{28}} + R\left(1+\frac{0.22}{\frac{360}{28}}\right)^{-\frac{360}{28}} + \ldots + R\left(1+\frac{0.22}{\frac{360}{28}}\right)^{-\frac{1080}{28}}$$

$$R = 119{,}977.82$$

Esta cantidad corresponde al importe del pago semestral.

Asimismo, puede usar la tasa equivalente mencionada para plantear la ecuación de valor:

Equivalencia de dos tasas nominal

$$\left(1+\frac{i^{m_1}}{m_1}\right)^{m_1} = \left(1+\frac{i^{m_2}}{m_2}\right)^{m_2}$$

$$\left(1+\frac{0.22}{\frac{360}{28}}\right)^{\frac{360}{28}} = \left(1+\frac{i^{m_2}}{\frac{360}{180}}\right)^{\frac{360}{180}}$$

$$\frac{i^{m_2}}{\frac{360}{180}} = 0.115240 \quad \text{tasa efectiva semestral}$$

$$i^{m_2} = 0.115240\,(2)$$

$$i^{m_2} = 23.048\% \quad \text{tasa anual capitalizable semestralmente.}$$

Ahora la ecuación de valor puede expresarse se la siguiente manera:

$$500{,}000 = R\left(1 + 0.115240\right)^{-\frac{180}{180}} + R\left(1 + 0.115240\right)^{-\frac{360}{180}} + \ldots + R(1 + 0.115240)^{-\frac{1080}{180}}$$

$$R = 119{,}977.82$$

Lo cual produce el mismo importe semestral.

La tabla de amortización aparece a continuación:

		Composición del pago	
Número de pagos	**Capital insoluto al principio del periodo**	**Interés contenido en el pago**	**Capital contenido en el pago**
1	$500,000.00	$57,620.00	$62,357.82
2	$437,642.18	$50,433.88	$69,543.94
3	$368,098.24	$42,419.64	$77,558.18
4	$290,540.07	$33,481.84	$86,495.98
5	$204,044.08	$23,514.04	$96,463.78
6	$107,580.30	$12,397.55	$107,580.27
Suma		$219,866.96	$500,000.00

Respuesta

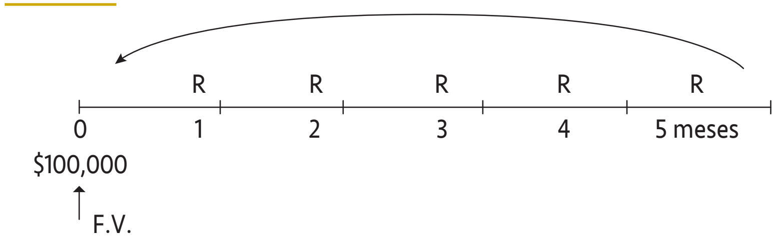
a) Una vez que se han realizado cuatro pagos, el capital que se adeuda al principio del siguiente semestre es de $204,044.08.

b) Los intereses pagados corresponden a la suma de los intereses del primer y segundo semestre, o sea, $108,053.88.

Problema 5

Un banco ofrece prestar $100,000 a sus clientes distinguidos a una tasa preferencial de 1.08% mensual. La cantidad solicitada se pagará en cinco mensualidades fijas, ¿cuál será el importe de cada pago mensual? Elabore la tabla de amortización.

Solución



La unidad de tiempo es el mes.

Dado que los clientes deben realizar 5 pagos mensuales idénticos para saldar la deuda, se requiere calcular el importe de los pagos mensuales:

$$100{,}000 = R\,(1 + 0.0108)^{-1} + R\,(1 + 0.0108)^{-2} + R\,(1 + 0.0108)^{-3} + R\,(1 + 0.0108)^{-4} + R\,(1 + 0.0108)^{-5}$$

$$100{,}000 = R\,[(1+0.0108)^{-1} + (1+0.0108)^{-2} + (1+0.0108)^{-3} + (1+0.0108)^{-4} + (1+0.0108)^{-5}]$$

$$R = 20{,}652.64$$

La tabla de amortización es:

	Composición del pago		
Número de pagos	Capital insoluto al principio del periodo	Interés contenido en el pago	Capital contenido en el pago
1	\$100,000.00	\$1,080.00	\$19,572.63
2	\$80,426.53	\$868.61	\$19,784.02
3	\$60,642.50	\$654.94	\$19,997.70
4	\$40,644.79	\$438.96	\$20,213.68
5	\$20,431.12	\$220.66	\$20,431.97
Suma			\$100,000.00

Respuesta

\$20,652.64 es el monto de los pagos mensuales fijos.

Problema 6

Un préstamo hipotecario de \$300,000 se amortiza mediante pagos mensuales fijos a una tasa de 12% y un enganche de 15% sobre el precio de contado. Indique:

a) ¿Cuál sería el importe de los intereses si los plazos fueran de 20 o 25 años?

b) ¿Cuál sería el costo del financiamiento incluyendo el enganche en cada caso?

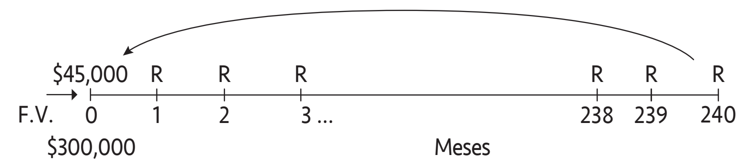
c) Si se realizan pagos durante 5 años y en ese momento se desea cancelar la deuda en una sola exhibición, ¿cuál sería el importe del pago en cada caso?

Solución

Como la tasa de interés no indica el periodo de los pagos, en este caso, debe suponerse que corresponde con el del pago de la renta.

a) Importe de los intereses:

Para 20 años



$$300{,}000 = 45{,}000 + R\left(1+\frac{\frac{0.12}{360}}{30}\right)^{-\frac{30}{30}} + \ldots + R\left(1+\frac{\frac{0.12}{360}}{30}\right)^{-\frac{60}{30}} +$$

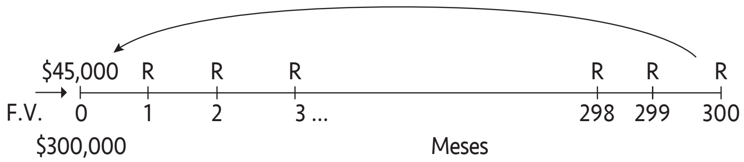
$$+ \ldots + R\left(1+\frac{\frac{0.12}{360}}{30}\right)^{-\frac{7200}{30}}$$

$$R = 2{,}807.77$$

Los intereses para la deuda son:

2,807.77 (240) – 255,000 = 418,864.80

Para 25 años:



$$300{,}000 = 45{,}000 + R\left(1+\frac{0.12}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{30}{30}} + R\left(1+\frac{0.12}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{60}{30}} + \ldots + R\left(1+\frac{0.12}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{9000}{30}}$$

$R = 2{,}685.72$

Los intereses para la deuda son:

2,685.72 (300) – 255,000 = 550,716

En el siguiente cuadro se muestra el importe de los intereses para 20 y 25 años:

Plazo	Renta	Interés
20 años	$2,807.77	$418,864.80
25 años	$2,685.72	$550,716.00

b) El costo del financiamiento con el enganche es:

Para 20 años:
2,807.77 (240) + 300,000 (0.15) = 718,864.80

Para 25 años:
2,685.72 (300) + 300,000 (0.15) = 850,716.00

c) Para conocer el importe de la cancelación de la deuda después de haber pagado durante cinco años, se calcula la tabla de amortización, la cual además indica el capital insoluto al principio del sexto año, o sea, al principio del mes número 61.

		Composición del pago 20 años		
Número de pagos	**Capital insoluto al principio del periodo**	**Interés contenido en el pago**	**Capital contenido en el pago**	**Renta**
1	$255,000.00	$2,550.00	$257.77	$2,807.77
2	$254,742.23	$2,547.42	$260.35	$2,807.77
...				
60	$234,411.66	$2,344.12	$463.65	$2,807.77
61	$233,948.01	$2,339.48	$468.29	$2,807.77
...				
239	$5,532.07	$55.32	$2,752.45	$2,807.77
240	$2,779.62	$27.80	$2,779.97	$2,807.77
Suma		$418,864.80	$255,000.36	

		Composición del pago 25 años		
Número de pagos	Capital insoluto al principio del periodo	Interés contenido en el pago	Capital contenido en el pago	Renta
1	$255,000.00	$2,550.00	$135.72	$2,685.72
2	$254,864.28	$2,548.64	$137.08	$2,685.72
....				
60	$244,159.79	$2,441.60	$244.12	$2,685.72
61	$243,915.66	$2,439.16	$246.56	$2,685.72
....				
299	$5,291.93	$52.92	$2,632.80	$2,685.72
300	$2,659.13	$26.59	$2,659.13	$2,685.72
Suma		$550,716.00	$255,000.00	

Respuesta:

Para 20 años

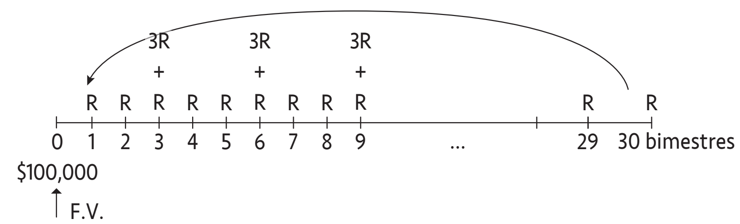
a) $418,864.80
b) $718,864.80
c) véase el cuadro correspondiente

Para 25 años

a) $550,716
b) $850,716.00
c) véase el cuadro correspondiente

Problema 7

Elabore una tabla de amortización para una deuda de $100,000, contratada a 5 años con pagos bimestrales vencidos iguales y tres pagos semestrales iguales al importe de tres bimestralidades; la tasa de interés pactada es de 18% anual convertible semestralmente. El primer pago semestral se realiza dentro de seis meses.



La unidad de tiempo es el bimestre.

bimestrales

$$100{,}000 = R\left(1+\frac{0.18}{\frac{360}{180}}\right)^{-\frac{60}{180}} + R\left(1+\frac{0.18}{\frac{360}{180}}\right)^{-\frac{120}{180}} + \ldots + R\left(1+\frac{0.18}{\frac{360}{180}}\right)^{-\frac{1800}{180}} +$$

semestrales

$$3R\left(1+\frac{0.18}{2}\right)^{-\frac{180}{180}} + 3R\left(1+\frac{0.18}{2}\right)^{-\frac{360}{180}} + 3R\left(1+\frac{0.18}{2}\right)^{\frac{-540}{180}}$$

bimestrales

$$100{,}000 = R\left[\left(1+\frac{0.18}{2}\right)^{-\frac{1}{3}} + \left(1+\frac{0.18}{2}\right)^{-\frac{2}{3}} + \ldots + \left(1+\frac{0.18}{2}\right)^{-10}\right] +$$

6

semestrales

$$+3\left[\left(1+\frac{0.18}{2}\right)^{-1}+\left(1+\frac{0.18}{2}\right)^{-2}+\left(1+\frac{0.18}{2}\right)^{-3}\right]$$

$$R = 3{,}647.85$$

El pago bimestral es de $3,647.85

Respuesta

La tabla de amortización es:

		Composición del pago		
Número de pagos (bimestres)	Capital insoluto al principio del periodo	Interés contenido en el pago	Capital contenido en el pago	Renta
1	$100,000	$2,914.25	$733.61	$3,647.85
2	$99,266.39	$2,892.87	$754.99	$3,647.85
3	$98,511.41	$2,870.87	$11,720.55	$14,591.41
4	$86,790.86	$2,529.30	$1,118.55	$3,647.85
5	$85,672.31	$2,496.70	$1,151.15	$3,647.85
6	$84,521.16	$2,463.16	$12,128.26	$14,591.41
7	$72,392.90	$2,109.71	$1,538.15	$3,647.85
8	$70,854.76	$2,064.88	$1,582.97	$3,647.85
9	$69,271.79	$2,018.75	$12,572.66	$14,591.41
10	$56,699.13	$1,652.35	$1,995.50	$3,647.85
11	$54,703.63	$1,594.20	$2,053.65	$3,647.85
...				
29	$6,988.74	$203.67	$3,444.18	$3,647.85
30	$3,544.56	$103.3	$3,544.56	$3,647.85
Suma			$100,000.00	

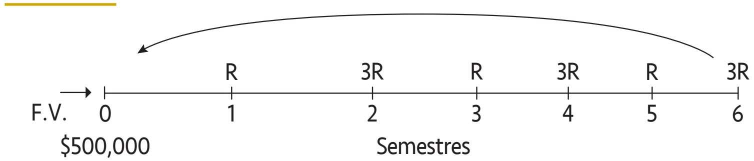
Problema 8

Una deuda de $500,000 se pacta a tres años mediante pagos semestrales fijos vencidos, se extingue además con tres pagos anuales, cada uno de estos tres es igual al importe de dos semestres:

a) ¿Cuál es el importe de los pagos periódicos si la tasa es de 22% nominal, capitalizable cada 28 días.

b) Elabore una tabla de amortización.

Solución



$$500{,}000 = R\left(1+\frac{\frac{0.22}{360}}{28}\right)^{-\frac{180}{28}} + 3R\left(1+\frac{\frac{0.22}{360}}{28}\right)^{-\frac{360}{28}} + R\left(1+\frac{\frac{0.22}{360}}{28}\right)^{-\frac{540}{28}} +$$

$$+\,3R\left(1+\frac{\frac{0.22}{360}}{28}\right)^{-\frac{720}{28}} + R\left(1+\frac{\frac{0.22}{360}}{28}\right)^{-\frac{900}{28}} + 3R\left(1+\frac{\frac{0.22}{360}}{28}\right)^{-\frac{1080}{28}}$$

$$R = 61{,}668.78$$

61,668.78 (3) = 185,006.34 importe del pago anual

Respuesta

a) $61,668.78 es el importe del pago semestral y $185,006.34 el de cada pago anual.

b) La tabla de amortización es:

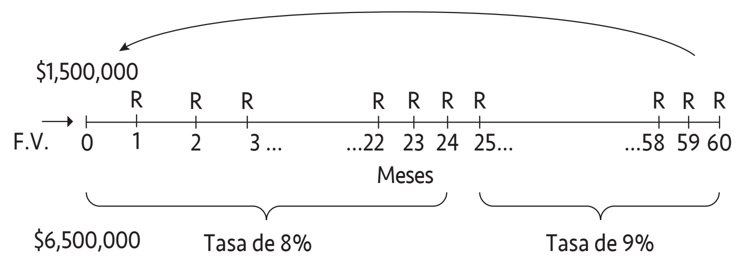
Número de pagos	Capital insoluto al principio del periodo	Composición del pago: Interés contenido en el pago	Composición del pago: Capital contenido en el pago	Renta
1	\$500,000.00	\$57,619.93	\$4,048.85	\$61,668.78
2	\$495,951.14	\$57,153.34	\$127,853.00	\$185,006.34
3	\$368,098.14	\$42,419.57	\$19,249.21	\$61,668.78
4	\$348,048.94	\$40,201.30	\$144,805.04	\$185,006.34
5	\$204,043.89	\$23,513.99	\$38,154.79	\$61,668.78
6	\$165,889.10	\$19,117.04	\$165,889.30	\$185,006.34
Suma		\$240,025.17	\$500,000.00	

Problema 9

Se adquiere un terreno por 6.5 millones de pesos mediante un pago de contado de 1.5 millones y el resto en pagos mensuales durante cinco años. El financiamiento se pacta a una tasa de 8% anual convertible mensualmente en los primeros dos años y de 9% convertible mensualmente durante el tiempo restante.

a) ¿Cuál es el importe de los pagos mensuales?
b) Si después de dos años de haber contratado la deuda el comprador del terreno desea traspasarla, ¿qué cantidad de dinero deberá pedir como mínimo? Considere que no hay inflación.
c) ¿Cuál es la trasferencia de derechos del deudor por el crédito saldado al final del segundo año?

Solución



a) Los pagos se calcularán en miles de pesos para simplificar la aritmética.

$$6{,}500 = 1{,}500 + R\left[\left(1+\frac{0.08}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{30}{30}} + \left(1+\frac{0.08}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{60}{30}} \ldots + \left(1+\frac{0.08}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{720}{30}}\right] +$$

$$+ R\left(1+\frac{0.08}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{720}{30}}\left[\left(1+\frac{0.09}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{30}{30}} + \left(1+\frac{0.09}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{60}{30}} \ldots + \left(1+\frac{0.09}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{1080}{30}}\right]$$

$$5{,}000 = R\left\{\left[\left(1+\frac{0.08}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{30}{30}} + \left(1+\frac{0.08}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{60}{30}} \ldots + \left(1+\frac{0.08}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{720}{30}}\right] +\right.$$

$$+\left(1+\frac{0.08}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{720}{30}}\left[\left(1+\frac{0.09}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{30}{30}}+\left(1+\frac{0.09}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{60}{30}}\ldots+\left(1+\frac{0.09}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{1080}{30}}\right]\Bigg\}$$

$R = 102{,}203.20$

El importe del pago fijo mensual a efectuarse durante 5 años con tasa variable es $102,203.20.

b) Se deberá pedir como mínimo $3,952,885.44, considerando que el deudor original debe recuperar lo pagado durante 2 años, más el enganche de 1.5 millones de pesos.

		Composición del pago		
Número de pagos	**Capital insoluto al principio del periodo**	**Interés contenido en el pago**	**Capital contenido en el pago**	**Renta**
1	$5,000,000.00	$33,333.33	$68,870.22	$102,203.56
2	$4,931,129.78	$32,874.20	$69,329.36	$102,203.56
3	$4,861,800.42	$32,412.00	$69,791.56	$102,203.56
....				
23	$3,373,928.20	$22,492.85	$79,710.70	$102,203.56
24	$3,294,217.50	$21,961.45	$80,242.11	$102,203.56
25	$3,213,975.39	$24,104.82	$78,098.74	$102,203.56
......				
58	$302,068.36	$2,265.51	$99,938.05	$102,203.56
59	$202,130.32	$1,515.98	$100,687.58	$102,203.56
60	$101,442.74	$760.82	$101,442.74	$102,203.56
Suma		$1,132,213.49	$5,000,000.00	

c) La transferencia de derechos al deudor es el capital que se ha pagado hasta la fecha de dos años, es decir, la parte de la deuda sobre la que ya se tiene derechos.

$$6{,}132{,}213.60 - 3{,}952{,}885.44 = 2{,}179{,}328.16$$

Por lo tanto el deudor tiene 35.54% de derechos.

Respuesta

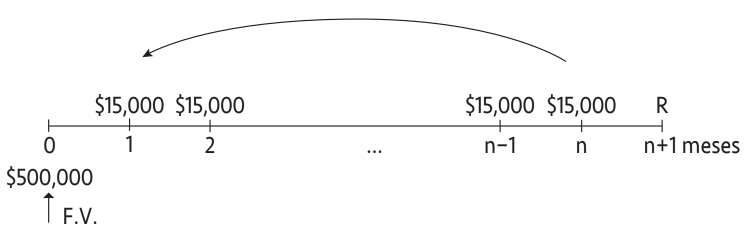
a) \$102.203.20, *b)* \$3,952,885.44, *c)* 35.54%.

Problema 10

Para saldar una deuda de medio millón de pesos se efectúan pagos mensuales vencidos de \$15,000. El acreedor cobra una tasa de 10% anual, capitalizable mensualmente. Determine: *a)* ¿cuántos pagos de \$15,000 se realizarán para extinguir la deuda?, *b)* ¿cuál sería el importe del pago complementario efectuado un mes después de haber realizado el último pago de \$15,000?

Solución

a) Sea R el pago complementario.



La unidad de tiempo es el mes.

Cálculo del número de pagos completos de \$15,000 cada uno.

$$500{,}000 = 15{,}000\left(1+\frac{0.10}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{30}{30}} + 15{,}000\left(1+\frac{0.10}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{60}{30}} + \dots +$$

$$+ 15{,}000\left(1+\frac{0.10}{\frac{360}{30}}\right)^{-n}$$

$$500{,}000 = 15{,}000\left[\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-1} + \left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-2} + \dots + \left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-n}\right]$$

Se emplea la suma S_n de los primeros "n" términos para una progresión geométrica:

$$S_n = \frac{a\left(1-r^n\right)}{\left(1-r\right)}$$

donde:

a: Primer término de la serie $\qquad a = \left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-1}$

r: Razón común $\qquad r = \left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-1}$

n: Número de términos de la serie $\qquad n = ?$

$$500{,}000 = 15{,}000\left[\frac{\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-1}\left(1-\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-n}\right)}{\left(1-\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-1}\right)}\right]$$

$$\left[\frac{33.3333\left(1-\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-1}\right)}{\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-1}}\right]-1=-\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-n}$$

$$\frac{\log 0.7222}{\log 1.0083} = n$$

$$n = 39.21$$

Para liquidar la deuda se efectuarán 39 pagos de $15,000 y uno complementario (R).

$$500{,}000 = 15{,}000\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-1} + 15{,}000\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-2} + \ldots +$$

$$+\ 15{,}000\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-39} + R\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-40}$$

Se emplea la suma S_n de los primeros "n" términos para una progresión geométrica:

$$S_n = \frac{a\left(1-r^n\right)}{\left(1-r\right)}$$

donde:

a: Primer término de la serie $\qquad a = \left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-1}$

r: Razón común $\qquad r = \left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-1}$

n: Número de términos de la serie $\qquad n = 39$

$$500{,}000 = 15{,}000\left[\frac{\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-1}\left(1-\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-39}\right)}{\left(1-\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-1}\right)}\right] + R\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{-40}$$

$$R = 3\,208.06$$

El valor del pago complementario que se debe realizar es de $3,208.06.

Respuesta

a) 39 pagos, *b)* $3,208.06

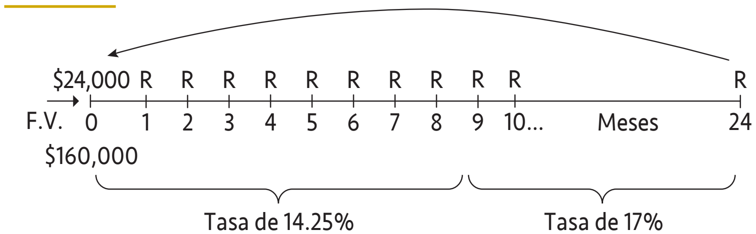
Problema 11

Un automóvil con valor de $160,000 se compra con un enganche de 15% y pagos mensuales iguales durante 24 meses, con una tasa de 14.25% nominal, convertible mensualmente. Cuando el deudor ha pagado ocho mensualidades renegocia su deuda para realizar pagos mensuales de $2,000 a 17% durante el tiempo que sea necesario hasta extinguir la deuda.

a) ¿Cuántos pagos de $2,000 debe realizar?
b) Si hubiese realizado un pago complementario, ¿cuál sería su importe?
c) Elabore una tabla de amortización.

6

Solución



Cálculo del pago para el plazo de dos años:

$$136{,}000 = R\left(1+\frac{0.1425}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{30}{30}} + R\left(1+\frac{0.1425}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{60}{30}} + R\left(1+\frac{0.1425}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{90}{30}} + \ldots$$

$$+ R\left(1+\frac{0.1425}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{720}{30}}$$

$$R = 6{,}545.82$$

\$6,545.83 es el importe de la renta mensual a pagarse durante dos años.
Nota: Al momento de recalcular la deuda se considera al capital insoluto del mes nueve, es decir, después de realizar el octavo pago.

$$94{,}847.47 = 2{,}000\left(1+\frac{0.17}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{30}{30}} + 2{,}000\left(1+\frac{0.17}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{60}{30}} + \ldots + 2{,}000\left(1+\frac{0.17}{\frac{360}{30}}\right)^{-\frac{n}{30}}$$

Para encontrar el número de pagos necesarios para extinguir la nueva deuda de \$94,847.47 se calculará una tabla de amortización para una deuda con tasa de interés variable y pagos variables.

	Número de pagos	Capital insoluto al principio del periodo	Composición del pago: Interés contenido en el pago	Composición del pago: Capital contenido en el pago	Renta
i(12) = 0.1425	1	\$136,000.00	\$1,615.00	\$4,930.83	\$6,545.83
	2	\$131,069.17	\$1,556.45	\$4,989.38	\$6,545.83
	...				
	7	\$105,522.71	\$1,253.08	\$5,292.74	\$6,545.83
	8	\$100,229.97	\$1,190.23	\$5,355.59	\$6,545.83
	9	\$94,874.37	\$1,344.05	\$655.95	\$2,000.00
	10	\$94,218.43	\$1,334.76	\$665.24	\$2,000.00
i(12) = 0.17	...				
	85	\$6,308.16	\$89.37	\$1,910.63	\$2,000.00
	86	\$4,397.53	\$62.30	\$1,937.70	\$2,000.00
	87	\$2,459.83	\$34.85	\$1,965.15	\$2,000.00
		\$494.67	\$7.01	\$494.67	\$501.68
	Suma			\$136,000.00	

Respuesta

a) 79 pagos de \$2,000.00, *b)* \$501.68 es el importe del pago complementario, *c)* ver tabla correspondiente.

6

7
Análisis de inversiones

Objetivo: Explicar los métodos del valor presente neto (VPN) y de la tasa interna de rendimiento (TIR) para seleccionar alternativas de inversión financiera con patrones de flujos de efectivo convencionales.

Análisis de inversiones

1. La empresa Torres S.A. desea participar en la licitación de un contrato del que se esperan los siguientes flujos de efectivo netos, después de impuestos al final de cada año:

Año	Flujos de efectivo
1	$ 5,000
2	$ 10,000
3	$ 12,000
4	$−4,000
5	$ 8,000
6	$ 6,000
7	$ 2,500
8	$ −1,700

Para obtener dicho contrato, la empresa debe gastar $15,000 en el mantenimiento de la maquinaria. La compañía puede invertir su dinero y mantener un rendimiento anual de 12%.

a) Calcule el valor presente neto del proyecto
b) Calcule la tasa interna de rendimiento
c) ¿Es aceptable el proyecto?

2. *a)* ¿Cuál sería la TIR para una inversión de $93,000 con los dos siguientes flujos alternativos de efectivo comparables con un rendimiento anual de 15%?
b) ¿Qué alternativa resulta más conveniente para la empresa de acuerdo con el VPN?

Alternativa	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
X	$25,000	$37,000	$20,000	$32,000	$39,000
Y	$20,000	$30,000	$27,000	$37,000	$42,000

3. Una compañía analiza la inversión en una nueva línea de máquinas comerciales. El desembolso inicial requerido es de $35 millones; el costo de capital es de 18% anual. Los flujos de efectivo esperados son los siguientes:

Año	Flujos de efectivo
1	$5,000 000
2	$8,000 000
3	$5,000 000
4	$6,000 000
5	$9,000 000
6	$8,000 000
7	$4,000 000

a) Calcular el valor presente neto
b) Calcular la TIR
c) Calcular el índice de rentabilidad del proyecto

4. A la empresa G2 S.A., le ofrece un préstamo al 18% convertible anualmente para financiar la compra de maquinaria nueva de impresión cuyo precio es de $90,000 y se estima que producirá los siguientes ahorros en los próximos siete años:

Final del año	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5	Año 6	Año 7
Ahorros	$40,000	$36,000	$32,000	$28,000	$24,000	$16,000	$20,000

a) ¿Cuál es el VPN?
b) ¿Cuál es la TIR?

5. Calcular la tasa interna de retorno (TIR) para una inversión de $180,000 con los siguientes flujos de efectivo:

Año	Alternativa A	Alternativa B
1	$70,000	$80,000
2	$40,000	$60,000
3	$50,000	$20,000
4	$60,000	$90,000

6. Una compañía desea participar en la licitación de un contrato del que se esperan los siguientes flujos de efectivo netos después de impuestos al final de cada año.

Año	Flujos de efectivo neto
1	$60,000
2	$90,000
3	$70,000
4	$90,000
5	$80,000
6	$60,000
7	$90,000
8	−$20,000

Para obtener el contrato, la compañía debe gastar $400,000 en la mecanización de su planta. Esta mecanización carecerá de valor al rescate al cabo de 8 años. La compañía dispone de alternativas de inversión comparables con un rendimiento anual compuesto de 15%. El incentivo fiscal derivado de la depreciación de la mecanización se refleja en los flujos de efectivo netos que aparecen en la tabla:

a) ¿Cuál es el valor presente neto del proyecto y su TIR?
b) ¿El proyecto es aceptable?

7. Una compañía aseguradora debe escoger entre dos inversiones, cada una costaría $15,000 y producirá los siguientes flujos de efectivo al final de cada año:

	Proyectos	
Años	**A**	**B**
1	$1,000	$6,000
2	$2,000	$5,000
3	$3,000	$4,000
4	$4,000	$3,000
5	$5,000	$2,000

a) Calcular el VPN para cada proyecto a una tasa de 10% anual.
b) Calcular la TIR para cada proyecto.

Problema 1

La empresa Torres S.A. desea participar en la licitación de un contrato del que se esperan los siguientes flujos de efectivo netos, después de impuestos al final de cada año:

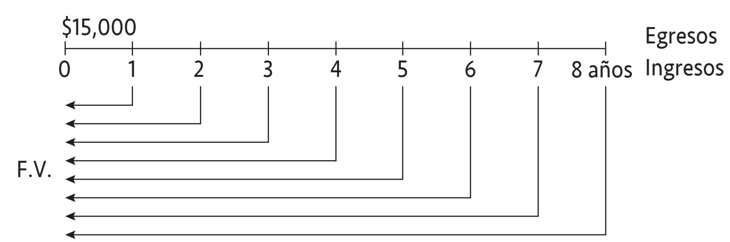
Año	Flujos de efectivo ($)
1	5,000
2	10,000
3	12,000
4	−4,000
5	8,000
6	6,000
7	2,500
8	−1,700

Para obtener dicho contrato, la empresa debe gastar $15,000 en el mantenimiento de la maquinaria. La compañía puede invertir su dinero y mantener un rendimiento anual de 12%.

a) Calcule el valor presente neto del proyecto
b) Calcule la tasa interna de rendimiento
c) ¿Es aceptable el proyecto?

a) El valor presente neto (VPN) se define como la diferencia entre el valor presente de los flujos de efectivo y la inversión inicial, calculada con la tasa que se debe pagar por el financiamiento:

$$VPN = \sum_{t=1}^{n} \frac{Ft}{(1+i)^t} - Io$$



La unidad de tiempo es el año.

$VPN = 5{,}000(1 + 0.12)^{-1} + 10{,}000(1+0.12)^{-2} + \ldots -1{,}700(1+0.12)^{-8}$
$- 15{,}000$

$VPN = 11{,}458$

b) Para calcular la tasa interna de retorno (TIR) se usa el método de aproximación, el cual supone una relación lineal entre la tasa de interés y el VPN.

Se sabe que la TIR es la tasa de interés que iguala el valor de la inversión (Io) con el valor presente de los flujos de efectivo, es decir:

$$Io = \sum_{t=1}^{n} \frac{Ft}{(1+i)^t} \qquad \text{en otras palabras}$$

$$0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{Ft}{(1+i)^t} - Io$$

Sea i la TIR:

$$0 = 5{,}000(1+i)^{-1} + 10{,}000(1+i)^{-2} + \ldots + 2{,}500(1+i)^{-7} - 1{,}700(1+i)^{-8} - 15{,}000$$

Se pretende encontrar la TIR (i), que produzca un VPN de cero o un valor muy cercano a cero.
El primer intento será con la tasa arbitraria de 5% anual.

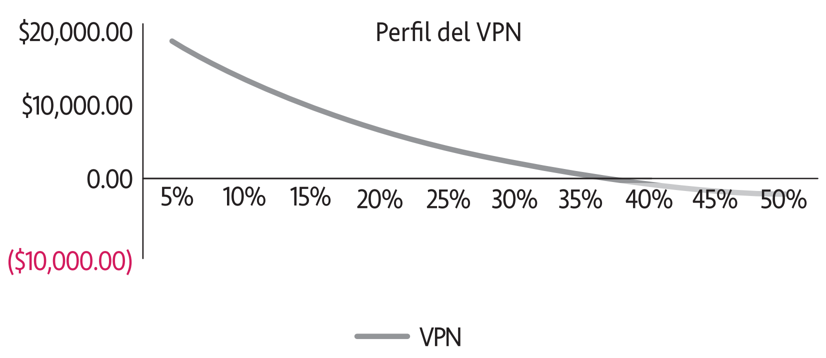
$$VPN = 5{,}000(1+0.05)^{-1} + 10{,}000(1+0.05)^{-2} + \ldots - 1{,}700(1+0.05)^{-8} - 15{,}000$$

$$VPN = 17{,}279$$

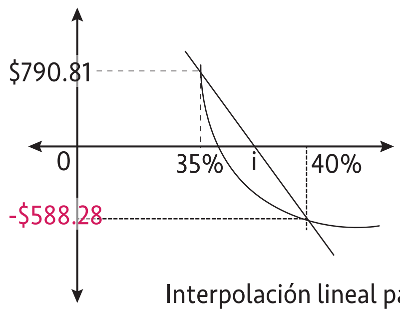
Los ensayos efectuados con diferentes tasas de interés se muestran a continuación:

tasa de rendimiento (%)	Valor presente neto ($)
5	17,279.02
10	12,937.69
15	9,467.93
20	6,653.29
25	4,338.98
30	2,412.50
35	790.81
40	−588.28
45	−1,771.97
50	−2,796.56

A continuación se muestra la gráfica del VPN para diferentes tasas:



La suposición de linealidad del VPN se observa a continuación:



Interpolación lineal para el cálculo de la TIR

La TIR (también conocida como tasa interna de retorno) es el valor que provoca que la curva del VPN cruce o interseque con el eje de las abscisas. En este ejemplo, esta tasa se ubica entre 35 y 40%. Para conocer el valor exacto, éste se calculará mediante una interpolación lineal con las tres parejas de coordenadas: (0.35, 790.81), (0.40, −588.28) e (i, 0), suponiendo se ubican en una recta. Enseguida se igualan sus pendientes a partir de estos tres puntos:

$$\frac{-588.28-790.81}{0.40-0.35}=\frac{0-790.81}{i-0.35}$$

$$\frac{-1{,}379.09}{0.05}=\frac{-790.81}{i-0.35}$$

$$-27{,}581.80\,(i-0.35)=-790.81$$

$$i=\frac{-790.81}{-27{,}581.80}+0.35$$

$$i=0.378671(100)$$

$$i=37.87\%$$

c) Según el cálculo de la TIR, el proyecto además de ser aceptable, producirá una tasa interna de retorno de 37.87% anual. Lo cual es aceptable para esta inversión.

Problema 2

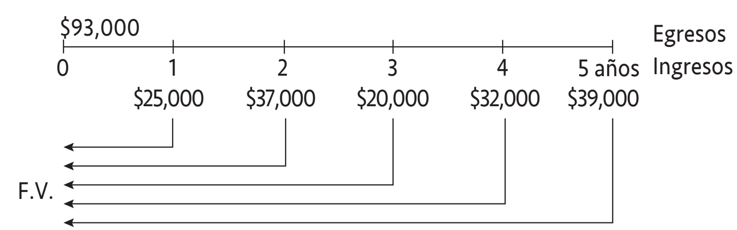
a) ¿Cuál sería la TIR para una inversión de $93,000 con los dos siguientes flujos alternativos de efectivo comparables con un rendimiento anual de 15%?

b) ¿Qué alternativa resulta más conveniente para la empresa de acuerdo con el VPN?

Alternativa	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
X	25,000	37,000	20,000	32,000	39,000
Y	20,000	30,000	27,000	37,000	42,000

a)

Alternativa X



La unidad de tiempo es el año.

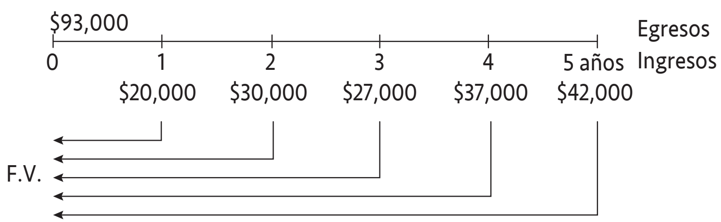
$$VPN=\sum_{t=1}^{n}\frac{Ft}{(1+i)^{t}}-Io$$

VPN de la alternativa X:

$$\text{VPN} = 25{,}000(1+0.15)^{-1} + 37{,}000(1+0.15)^{-2} + \ldots$$
$$+\ 32{,}000(1+0.15)^{-4} + 39{,}000(1+0.15)^{-5} - 93{,}000$$

VPN = 7,552

Alternativa Y



La unidad de tiempo es el año.

$$\text{VPN} = \sum_{t=1}^{n} \frac{Ft}{(1+i)^t} - Io$$

VPN de la alternativa Y:

$$\text{VPN} = 20{,}000(1+0.15)^{-1} + 30{,}000(1+0.15)^{-2} + \ldots$$
$$+\ 37{,}000(1+0.15)^{-4} + 42{,}000(1+0.15)^{-5} - 93{,}000$$

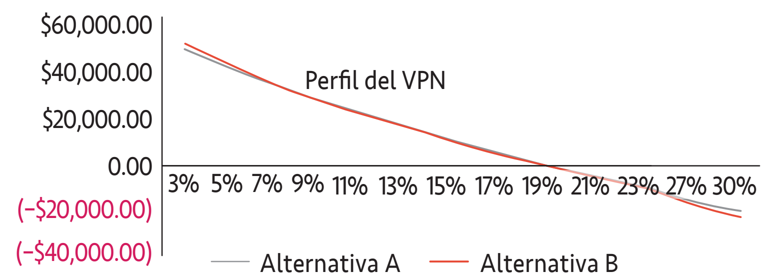
VPN = 6,864

De acuerdo con el valor presente neto es preferible optar por la alternativa X, porque es la que paga un mejor rendimiento aplicando una tasa de 15% anual durante 5 años.

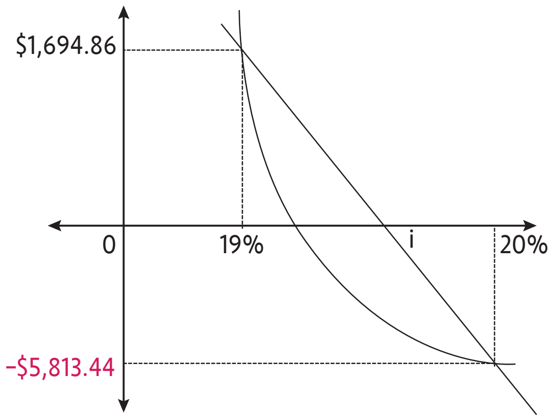
b) Los ensayos efectuados con diferentes tasas de interés para ambos proyectos se muestran a continuación:

Tasa de rendimiento (%)	Valor presente neto ($)	
	Alternativa X	Alternativa Y
3	46,524.05	48,507.77
5	38,530.37	39,930.21
7	31,226.78	32,107.34
9	24,538.54	24,956.83
13	12,755.16	12,394.58
15	7,552.77	6,864.85
19	−1,694.86	−2,935.29
23	−9,637.21	−11,317.35
27	−16,505.81	−18,535.45
30	−21,064.49	−23,307.87

A continuación se muestra la gráfica del VPN a diferentes tasas.



La suposición de linealidad del VPN para la alternativa X, se observa a continuación:



La TIR para este proyecto se ubica a simple vista entre 19% y 20% y se supone que las tres parejas de coordenadas (0.19, 1,694.86), (0.20, −5,813.44) e (i, 0) se ubican sobre una recta. Para esto se igualarán sus pendientes calculadas a partir de estos tres puntos:

$$\frac{1{,}694.86 - 5{,}813.44}{0.19 - 0.20} = \frac{0 - 5{,}813.44}{i - 0.20}$$

$$\frac{-\,4{,}118.58}{-\,0.01} = \frac{-\,5{,}813.44}{i - 0.20}$$

$$411{,}858\ (i - 0.20) = -\,5{,}813.44$$

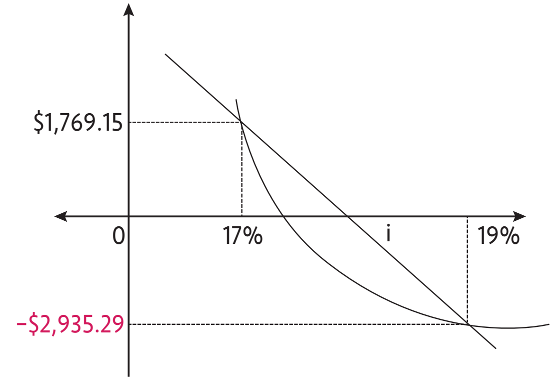
$$i = \frac{-\,5{,}813.44}{411{,}858} + 0.20$$

$$i = 0.185884843(100)$$

$$i = 18.58\%$$

Para la alternativa X se obtendrá una tasa interna de retorno de 18.58%.

La suposición de linealidad del VPN para la alternativa Y, se observa a continuación:



La TIR para este proyecto a simple vista se ubica entre 17% y 19%, y se supone que las tres parejas de coordenadas: (0.17, 1,769.15), (0.19, −2,935.29) e (i, 0) se ubican sobre una recta. Para esto se igualan sus pendientes calculadas a partir de estos tres puntos:

$$\frac{1{,}769.15 - (-2{,}935.29)}{0.17 - 0.19} = \frac{0 - (-2{,}935.29)}{i - 0.19}$$

$$\frac{4{,}704.44}{-\,0.02} = \frac{2{,}935.29}{i - 0.19}$$

$$-235{,}222\ (i - 0.19) = 2{,}935.29$$

$$i = \frac{2{,}935.29}{-\,235{,}222} + 0.19$$

$$i = 0.177521192(100)$$

$$i = 17.75$$

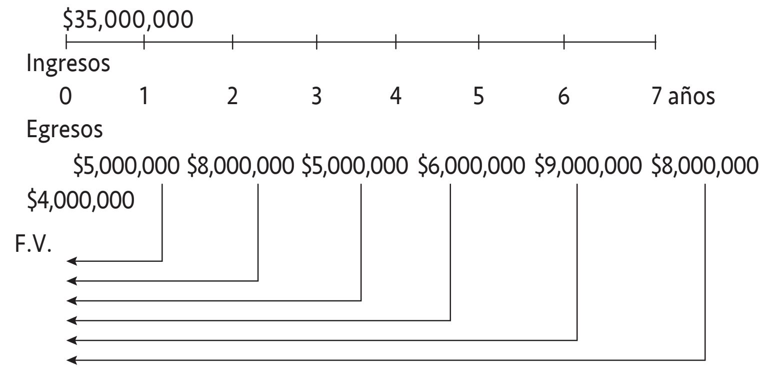
En el caso de la alternativa Y, la tasa interna de retorno será de 17.75%.

Problema 3

Una compañía analiza la inversión en una nueva línea de máquinas comerciales. El desembolso inicial requerido es de $35 millones; el costo de capital es de 18% anual. Los flujos de efectivo esperados son los siguientes:

Año	Flujos de efectivo ($)
1	5,000,000
2	8,000,000
3	5,000,000
4	6,000,000
5	9,000,000
6	8,000,000
7	4,000,000

a) Calcular el valor presente neto
b) Calcular la TIR
c) Calcular el índice de rentabilidad del proyecto



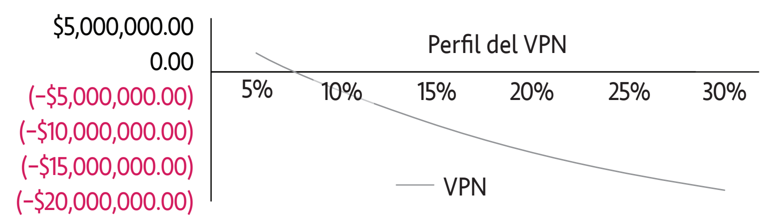
La unidad de tiempo es el año

a)

$$VPN = \sum_{t=1}^{n} \frac{Ft}{(1+i)^{t}} - Io$$

$$\begin{aligned} VPN = {} & 5{,}000{,}000(1+0.18)^{-1} + 8{,}000{,}000(1+0.18)^{-2} + \ldots \\ & + 4{,}000{,}000\,(1+0.18)^{-7} - 35{,}000{,}000 \\ = {} & -\$10{,}726{,}213 \end{aligned}$$

El valor presente neto del proyecto es negativo por lo tanto el criterio de decisión indica que el proyecto no es aceptable.
En la siguiente gráfica se muestra el perfil del VPN.

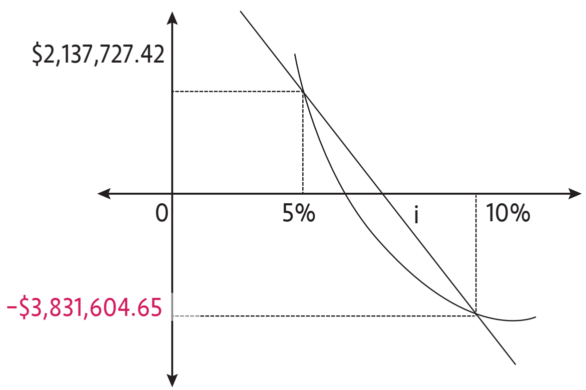


b) Cálculo de la Tasa Interna de Rendimiento (TIR), usando un método de aproximación que supone una relación lineal entre la tasa de interés y el VPN.

Los ensayos efectuados con diferentes tasas de interés para el proyecto se muestran a continuación:

Tasa de rendimiento (%)	Valor presente neto ($)
5	2,137,727.42
10	−3,831,604.65
15	−8,447,964.39
20	−12,078,332.19
25	−14,977,267.20
30	−17,324,684.26

La suposición de linealidad del VPN, se muestra a continuación:



La TIR para este proyecto a simple vista se ubica entre 5% y 10% suponiendo que las tres parejas de coordenadas, (0.10, −3, 831,604.65), (0.05, 2,137,727.42) y (i, 0), se ubican sobre una recta, se igualaran sus pendientes calculadas a partir de estos tres puntos:

$$\frac{-3{,}831{,}604.65 - 2{,}137{,}727.42}{0.10 - 0.05} = \frac{0 - 2{,}137{,}727.42}{i - 0.05}$$

$$\frac{-5{,}969{,}332.07}{0.05} = \frac{-2{,}137{,}727.42}{i - 0.05}$$

$$-119{,}386{,}641.4\,(i - 0.05) = -2{,}137{,}727.42$$

$$i = \frac{-2{,}137{,}727.42}{-119{,}386{,}641.4} + 0.05$$

$$i = 0.067905918(100)$$

$$i = 6.79\%$$

Para este proyecto se obtendrá una tasa interna de retorno del 6.79% aproximadamente.
La regla de decisión:

Si la TIR ≥ costo de capital, se elige el proyecto
Cuando la TIR < costo de capital, se rechaza el proyecto

Índice de rentabilidad (IR)

$$IR = 1 + \frac{VPN}{Io}$$

$$IR = 1 + \frac{-10{,}726{,}213.42}{35{,}000{,}000}$$

$$IR = 0.693536$$

El índice de rentabilidad del proyecto es de 0.693536, es decir por cada peso invertido, se estará generando una ganancia de 69 centavos, confirmando así que el proyecto no es viable. Las tres técnicas indican que no es viable el proyecto.

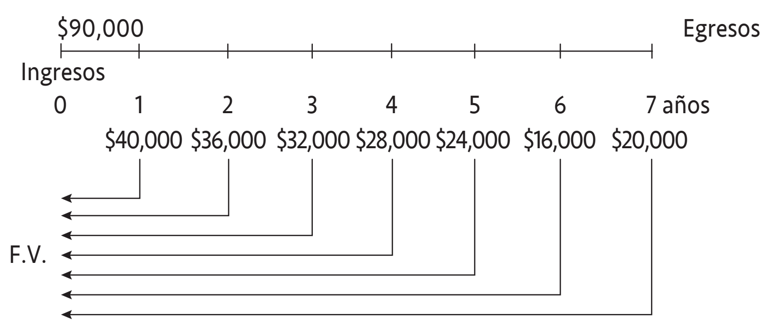
Nota: También se puede calcular el índice como: $IR = \frac{VA}{Io}$

Problema 4

A la empresa G2 S.A., le ofrecen un préstamo al 18% convertible anualmente para financiar la compra de maquinaria nueva de impresión cuyo precio es de $90,000 y se estima que producirá los siguientes ahorros en los próximos siete años:

Final del año	Año 1	Año2	Año3	Año 4	Año 5	Año 6	Año 7
Ahorros ($)	40,000	36,000	32,000	28,000	24,000	16,000	20,000

a) ¿Cuál es el VPN?
b) ¿Cuál es la TIR?



Unidad de tiempo el año.

a)

$$0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{Ft}{(1+i)^t} - Io$$

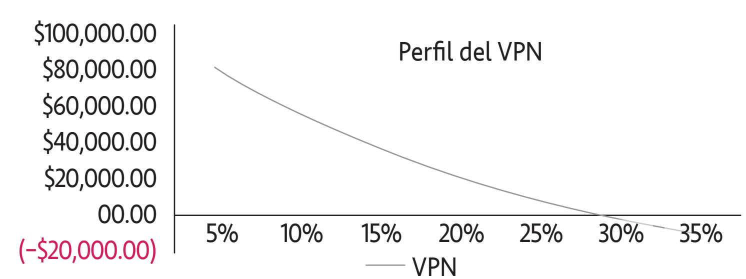
$$VPN = 40{,}000(1+0.18)^{-1} + 36{,}000(1+0.18)^{-2} + \ldots$$
$$+ 20{,}000\,(1+0.18)^{-7} - 90{,}000$$

$$VPN = 26{,}367.24747$$

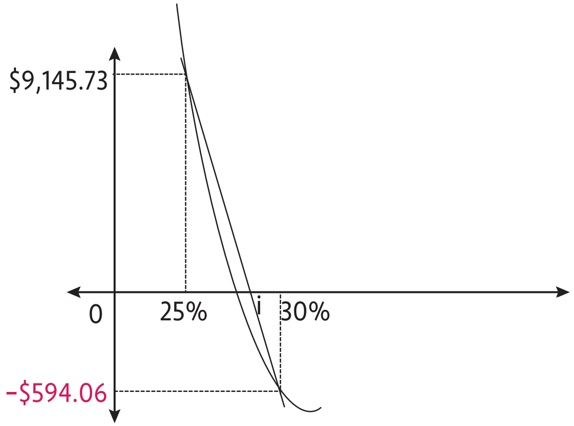
b) Los ensayos efectuados con diferentes tasas de interés se muestran a continuación

Valor presente neto (%)	Tasas de rendimiento ($)
5	76,384.47
10	53,479.01
15	35,421.62
20	20,940.00
25	9,145.73
30	−594.06
35	−8,738.44

A continuación se muestra la gráfica del Valor Presente Neto a diferentes tasas.



7



La TIR para este proyecto a simple vista se ubica entre 25% y 30% suponiendo que las tres parejas de coordenadas, (0.25, 9,145.73), (0.30, −594.06) y (i, 0), se ubican sobre una recta, se igualaran sus pendientes calculadas a partir de estos tres puntos:

$$\frac{9{,}145.73 - (-594.06)}{0.25 - 0.30} = \frac{0 - (-594.06)}{i - 0.30}$$

$$\frac{9{,}739.79}{-\,0.05} = \frac{594.06}{i - 0.30}$$

$$-194{,}795.80\ (i - 0.30) = 594.06$$

$$i = \frac{594.06}{-194{,}795.68} + 0.30$$

$$i = 0.296950(100)$$

$$i = 29.69\%\ \text{ aproximadamente}$$

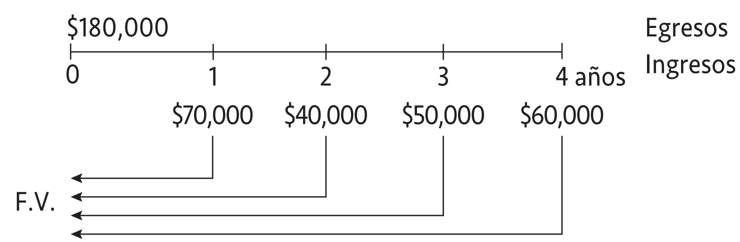
Para este proyecto se obtendrá una tasa de interés de retorno del 29.69%. Con el costo de capital, 18%, es inferior a la TIR, se acepta el proyecto.

Problema 5

Calcular la tasa interna de retorno (TIR) para una inversión de $180,000 con los siguientes flujos de efectivo:

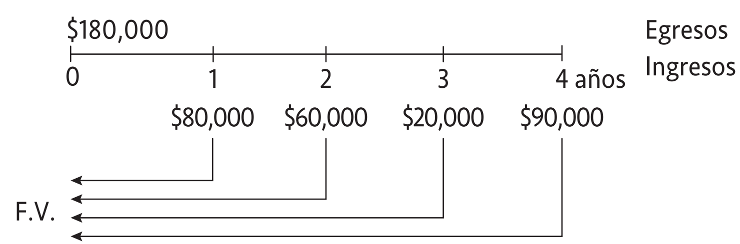
Año	Alternativa A ($)	Alternativa B ($)
1	70,000	80,000
2	40,000	60,000
3	50,000	20,000
4	60,000	90,000

Alternativa A



La unidad de tiempo es el año.

$$\text{VPN} = 70{,}000(1 + i)^{-1} + 40{,}000(1 + i)^{-2} + 50{,}000(1 + i)^{-3} + 60{,}000(1 + i)^{-4} - 180{,}000$$



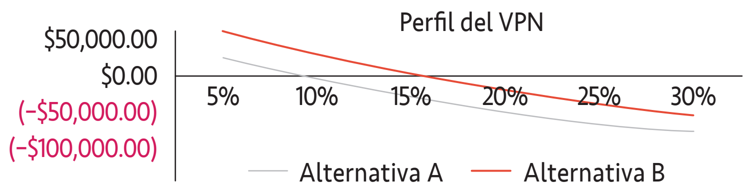
La unidad de tiempo es el año.

$$VPN = 80{,}000(1+i)^{-1} + 60{,}000(1+i)^{-2} + 20{,}000(1+i)^{-3} + 90{,}000(1+i)^{-4} - 180{,}000$$

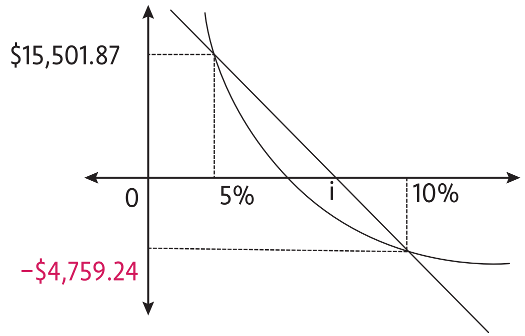
Los ensayos efectuados con diferentes tasas de interés se muestran a continuación:

Tasa de rendimiento (%)	Alternativas ($)	
	A	B
5%	15,501.87	41,932.22
10%	−4,759.24	18,811.56
15%	−21,703.68	−458.05
20%	−36,018.52	−16,689.81
25%	−48,224.00	−30,496.00
30%	−58,719.23	−42,343.76

A continuación se muestra en la gráfica del Valor Presente Neto a diferentes tasas.



La suposición de linealidad del VPN de la alternativa A, se observa a continuación:



La TIR para este proyecto a simple vista se ubica entre 5% y 10% suponiendo que las tres parejas de coordenadas, (0.05, 15,501.87), (0.10, −4,759.24) y (i, 0), se ubican sobre una recta, se igualaran sus pendientes calculadas a partir de estos tres puntos:

$$\frac{-4{,}759.24 - 15{,}501.87}{0.10 - 0.05} = \frac{0 - 15{,}501.87}{i - 0.05}$$

$$\frac{-20{,}261.11198}{0.05} = \frac{-15{,}501.87}{i - 0.05}$$

$$-405{,}222.2395\,(i - 0.05) = -15{,}501.87$$

$$i = \frac{-15{,}501.87}{-405{,}222.2395} + 0.05$$

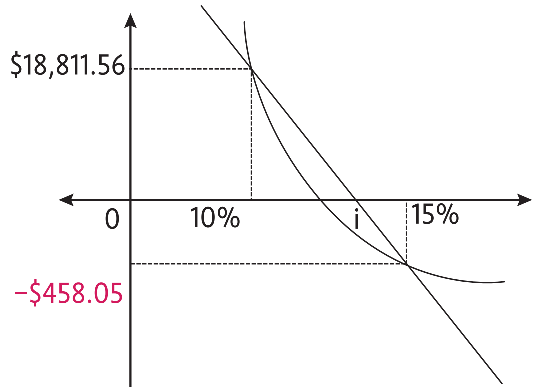
$$i = 0.0882552(100)$$

$$i = 8.83\%$$

Para este proyecto se obtendrá una tasa interna de retorno del 8.83%.

7

La suposición de linealidad del VPN de la alternativa B, se observa a continuación:



La TIR para este proyecto a simple vista se ubica entre 10% y 15% suponiendo que las tres parejas de coordenadas, (0.10, 18,811.56), (0.15, −458.05) y (i, 0), se ubican sobre una recta, se igualaran sus pendientes calculadas a partir de estos tres puntos:

$$\frac{-458.05 - 18{,}811.56}{0.15 - 0.10} = \frac{0 - 18{,}811.56}{i - 0.10}$$

$$\frac{-19{,}269.61}{0.05} = \frac{-18{,}811.56}{i - 0.10}$$

$$-385{,}392.20\,(i - 0.10) = -18{,}811.56$$

$$i = \frac{-18{,}811.56}{-385{,}392.20} + 0.10$$

$$i = 0.14881147(100)$$

$$i = 14.88\%$$

Para este proyecto se obtendrá una tasa interna de retorno de 14.88%.

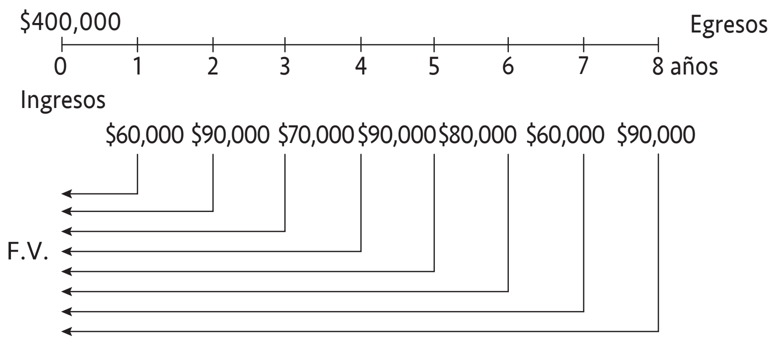
Problema 6

Una compañía desea participar en la licitación de un contrato del que se esperan los siguientes flujos de efectivo netos después de impuestos al final de cada año.

Año	Flujos de efectivo neto ($)
1	60,000
2	90,000
3	70,000
4	90,000
5	80,000
6	60,000
7	90,000
8	-20,000

Para obtener el contrato, la compañía debe gastar $400,000 en la mecanización de su planta. Esta mecanización carecerá de valor al rescate al cabo de 8 años. La compañía dispone de alternativas de inversión comparables con un rendimiento anual compuesto de 15%. El incentivo fiscal derivado de la depreciación de la mecanización se refleja en los flujos de efectivo netos que aparecen en la tabla:

a) ¿Cuál es el valor presente neto del proyecto y su TIR?
b) ¿El proyecto es aceptable?



a) La unidad de tiempo es el año.

$$0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{Ft}{(1+i)^t} - Io$$

$$\begin{aligned} VPN = {} & 60{,}000(1 + 0.15)^{-1} + 90{,}000(1 + 0.15)^{-2} + \ldots \\ & - 20{,}000(1 + 0.15)^{-8} - 400{,}000 \end{aligned}$$

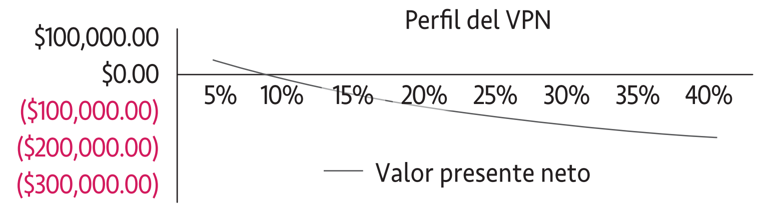
VPN = −89,279.14

El valor presente neto del proyecto producirá pérdidas a la empresa, por lo tanto no es aceptable el proyecto.

b) Para calcular la TIR, se muestran a continuación, los ensayos efectuados con diferentes tasas de interés.

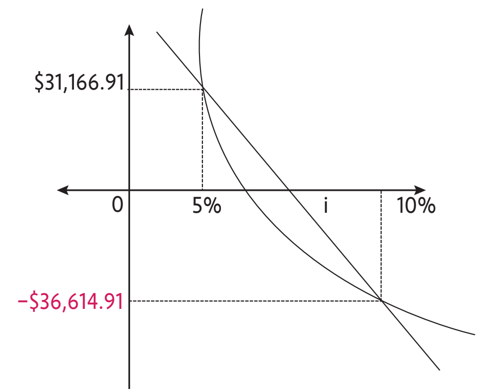
Valor presente neto (%)	Tasas de rendimiento ($)
5	31,166.91
10	−36,614.91
15	−89,279.14
20	−130,877.89
25	−164,234.04
30	−191,350.51
35	−213,672.79
40	−232,260.58

A continuación se muestra la gráfica del VPN a diferentes tasas.



Se observa que la TIR está por abajo del 15%; no es rentable el proyecto.

Interpolación lineal para el cálculo de la TIR, si aún así se desea calcularlo.



Problema 7

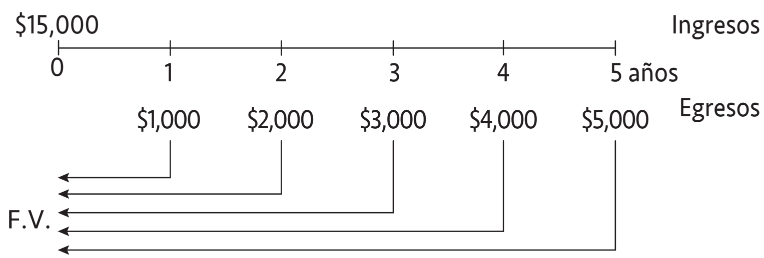
Una compañía aseguradora debe escoger entre dos inversiones, cada una costaría $15,000 y producirá los siguientes flujos de efectivo al final de cada año:

	Proyectos	
Años	A	B
1	1,000	6,000
2	2,000	5,000
3	3,000	4,000
4	4,000	3,000
5	5,000	2,000

a) Calcular el VPN para cada proyecto a una tasa de 10% anual.
b) Calcular la TIR para cada proyecto.

A simple vista, sin la necesidad de hacer los cálculos, el proyecto A no genera ganancia alguna, esto debido a que la suma aritmética de los ingresos esperados son iguales a los egresos.

Proyecto A



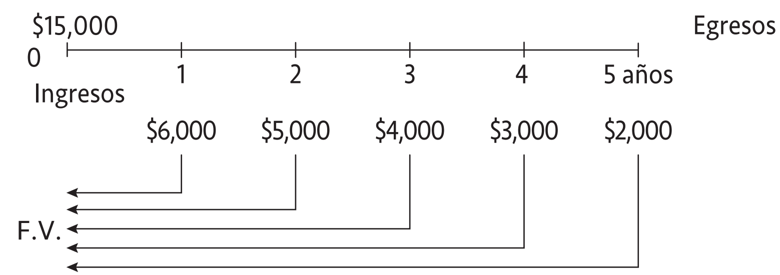
a) La unidad de tiempo es el año.

$$VPN = \sum_{t=1}^{n} \frac{Ft}{(1+i)^t} - Io$$

$$VPN = 1{,}000(1 + 0.10)^{-1} + 2{,}000(1 + 0.10)^{-2} + \ldots + 4{,}000(1 + 0.10)^{-4} + 5{,}000(1 + 0.10)^{-5} - 15{,}000$$

$$VPN = -4{,}347$$

Proyecto B



La unidad de tiempo es el año.

$$VPN = \sum_{t=1}^{n} \frac{Ft}{(1+i)^t} - Io$$

$$VPN = 6{,}000(1 + 0.10)^{-1} + 5{,}000(1 + 0.10)^{-2} + \ldots + 3{,}000(1 + 0.10)^{-4} + 2{,}000(1 + 0.10)^{-5} - 15{,}000$$

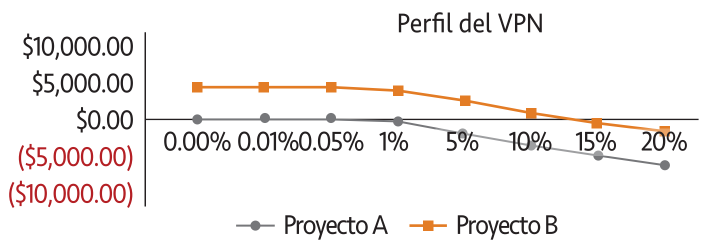
$$VPN = 882$$

De acuerdo con el criterio del VPN, la compañía debe optar por la segunda alternativa de inversión ya que le genera beneficios. La primera genera pérdidas.

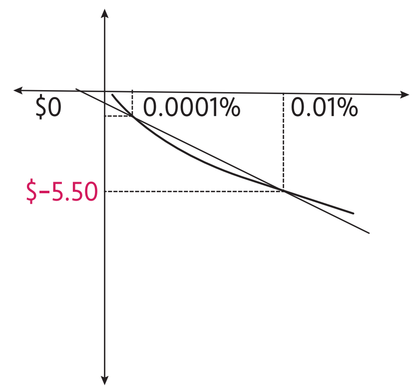
b) Los ensayos efectuados con diferentes tasas de interés se muestran a continuación:

Tasa de rendimiento (%)	Proyectos ($)	
	A	B
0.00001	−0.0055	5,000.00
0.01	−5.50	4,995.00
0.05	−27.47	4,975.03
1	−536.29	4,510.31
5	−2,433.61	2,739.94
10	−4,347.41	882.92
15	−5,872.70	−662.21
20	−7,103.27	−1,962.45

A continuación se muestra la gráfica del Valor Presente Neto a diferentes tasas.

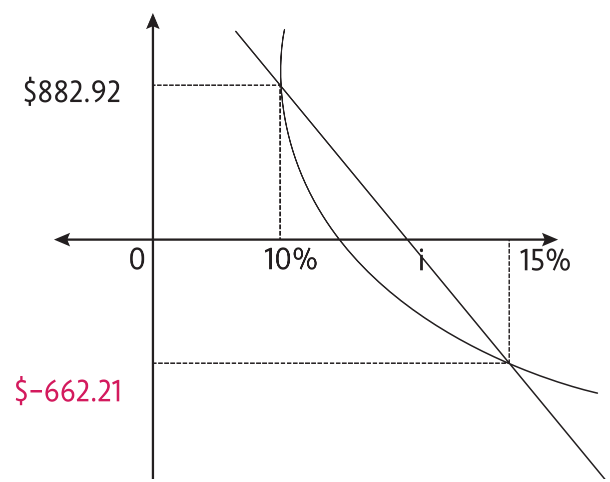


La suposición de linealidad del VPN de la alternativa A, se observa a continuación:



La TIR para este proyecto a simple vista es negativa.

La suposición de linealidad del VPN de la alternativa B, se observa a continuación:



La TIR para este proyecto a simple vista se ubica entre 10% y 15% suponiendo que las tres parejas de coordenadas, (0.10, 882.92), (0.15, −662.21) y (i, 0), se ubican sobre una recta, se igualarán sus pendientes calculadas a partir de estos tres puntos:

7

$$\frac{-662.21 - 882.92}{0.15 - 0.10} = \frac{0 - 882.92}{i - 0.10}$$

$$\frac{-1{,}545.14}{0.05} = \frac{-882.92}{i - 0.10}$$

$$-30{,}902.80 = \frac{-882.92}{i - 0.10}$$

$$-30{,}902.80(i - 0.10) = -882.92$$

$$(i - 0.10) = \frac{-882.92}{-30{,}902.80}$$

$$i = 12.86\%$$

Para este proyecto se obtendrá una tasa interna de retorno del 12.86%; supera al costo de capital, por lo que es aceptable el proyecto.

8
Bonos

Objetivo: Aplicar la teoría de anualidades a los títulos de deuda emitida por empresas privadas y por el gobierno, para calcular el precio de adquisición, la tasa de rendimiento, la prima y el descuento del título o bono.

Bonos

1. Determine el precio de adquisición de un bono en el mercado secundario, el cual cotiza a 3.4% efectivo anual, y al que se le resta para su amortización (vencimiento) 3 años con 9 meses. El cupón es de 1.5% semestral. El valor nominal del bono es de $100.
   Respuesta: $98.55

2. Calcule la rentabilidad de un bono a 5 años, que se compra a la par, con pago de dividendos anuales vencidos de $10; el valor nominal del bono es de $100.
   Respuesta: 10%

3. Un inversor adquiere un bono en el mercado secundario por su valor nominal de $1,000. El bono paga un cupón semestral de 6% nominal anual, el vencimiento del primer dividendo es dentro de 6 meses y se amortiza dentro de 18 meses con una prima de $10. El valor nominal del bono es de $1,000. Calcule la rentabilidad del bono.
   Respuesta: 6.75%

4. En el mercado secundario se cotiza un bono a 102% sobre el precio nominal, que es de $1,000. Éste paga un cupón de 6%. El primer pago de cupón es dentro de un año, el bono madura a los 4 años y paga una prima de amortización de $20. ¿Cuál es la tasa de rendimiento del bono?
   Respuesta: 6.45% anual

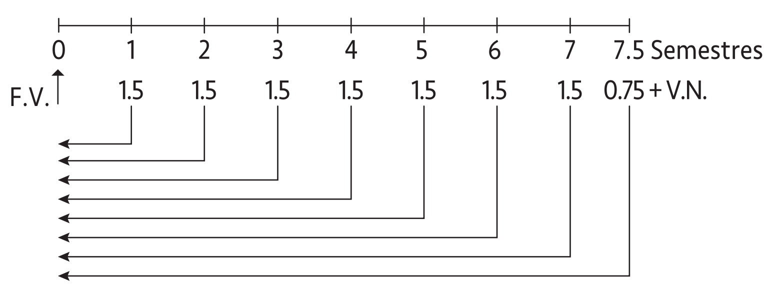
5. Calcule la rentabilidad de un bono a 3 años, con pagos de dividendos semestrales vencidos de $50 que se compra a la par. El valor nominal del bono es de $100.
   Respuesta: 61.81%

6. Calcule el precio de adquisición de un bono de cupón anual 5% amortizable, por el valor nominal de $100 a los 3 años y cuya TIR es de 3%.
   Respuesta: $103.87

Problema 1

Determine el precio de adquisición de un bono en el mercado secundario, el cual cotiza a 3.4% efectivo anual, y al que se le resta para su amortización (vencimiento) 3 años con 9 meses. El cupón es de 1.5% semestral. El valor nominal del bono es de $100.

Solución



$$PC = Fr\left[(1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + (1+i)^{-3} + \ldots + (1+i)^{-n}\right] + C((1+i)^{-n}$$

$$PC = 100\,(0.015)\left[(1+0.034)^{-\frac{6}{12}} + \ldots + (1+0.034)^{-\frac{42}{12}}\right] + 0.75(1+0.034)^{-\frac{45}{12}} +$$

$$+\ 100(1+0.034)^{-\frac{45}{12}}$$

$$PC = 1.5(6.55088054) + 0.661620941 + 88.21612555$$

$$PC = 9.6865951 + 88.87774649$$

$$PC = 98.55$$

Respuesta

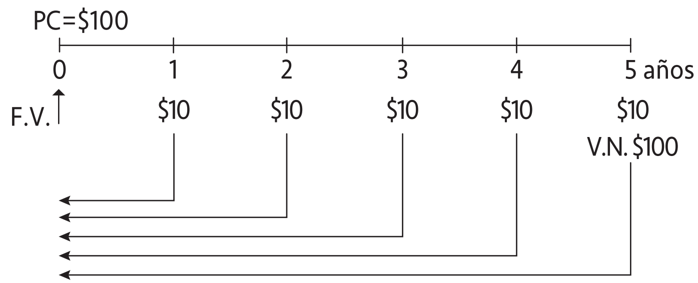
$98.55 es el precio de adquisición.

Problema 2

Calcule la rentabilidad de un bono a 5 años, que se compra a la par, con pago de dividendos anuales vencidos de $10; el valor nominal del bono es de $100.

8

Solución



La unidad de tiempo es el año.
i: la tasa efectiva anual.

$100 = 10(1 + i)^{-1} + 10(1 + i)^{-2} + 10\,(1 + i)^{-3} + + 10\,(1 + i)^{-4} + 10\,(1 + i)^{-5} + 100\,(1 + i)^{-5}$

$100 = 10[(1 + i)^{-1} + (1 + i)^{-2} + (1 + i)^{-3} + (1 + i)^{-4} + (1 + i)^{-5}] + 100\,(1 + i)^{-5}$

El primer intento para llegar al precio de compra (PC) será con la tasa arbitraria de 2% anual.

$PC = 10(1 + 0.02)^{-1} + 10(1 + 0.02)^{-2} + 10(1 + 0.02)^{-3} + 10(1 + 0.02)^{-4} + 10(1 + 0.02)^{-5} + 100(1 + 0.02)^{-5}$

$PC = 10[(1 + 0.02)^{-1} + (1 + 0.02)^{-2} + (1 + 0.02)^{-3} + (1 + 0.02)^{-4} + (1 + 0.02)^{-5}] + 100(1 + 0.02)^{-5}$

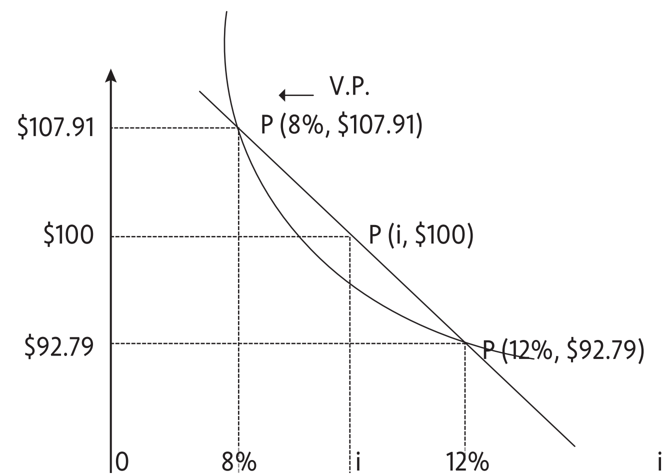
$PC = 10(4.713459509) + 90.57308098$

$PC = 137.7076761$

Los ensayos efectuados con diferentes tasas de interés se muestran a continuación:

Tasa de rendimiento (%)	Valor presente ($)
2	137.71
4	126.71
6	116.85
8	107.99
i	100.00
12	92.79
14	86.27

La suposición de linealidad del valor presente se observa a continuación:



Para conocer el valor exacto, éste se calculará mediante una interpolación lineal, para la cual se supone que las tres parejas de coordenadas: (0.08, 107.91), (0.12, 92.79) e (i, 100), se ubican en una recta. Se igualarán sus pendientes a partir de estos tres puntos:

Tasa (%)	Valor ($)
8	107.99
i	100
12	92.79

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{92.79 - 107.99}{0.12 - 0.08} = \frac{92.79 - 100}{0.12 - i}$$

$$\frac{-15.2}{0.04} = \frac{-7.21}{0.12 - i}$$

$$-380 = \frac{-7.21}{0.12 - i}$$

$$-380\left(0.12 - i\right) = -7.21$$

$$-i = \frac{-7.21}{-380} - 0.12$$

$$-i = -0.1010263158$$

$$(-1)(-i) = (-0.1010263158)(-1)$$

$$i = 10.00$$

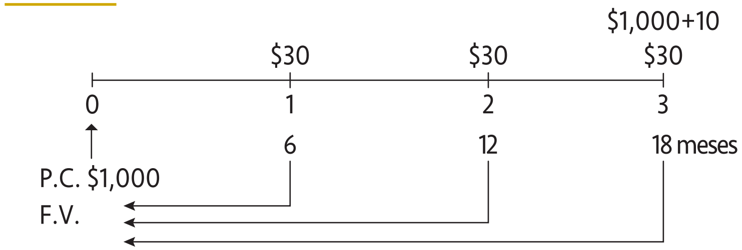
Respuesta

10% es la rentabilidad del bono.

Problema 3

Un inversor adquiere un bono en el mercado secundario por su valor nominal de $1,000. El bono paga un cupón semestral de 6% nominal anual, el vencimiento del primer dividendo es dentro de 6 meses y se amortiza dentro de 18 meses con una prima de $10. El valor nominal del bono es de $1,000. Calcule la rentabilidad del bono.

Solución



La unidad de tiempo es el año. Sea i la tasa efectiva anual del bono que considera toda la ganancia del capital.

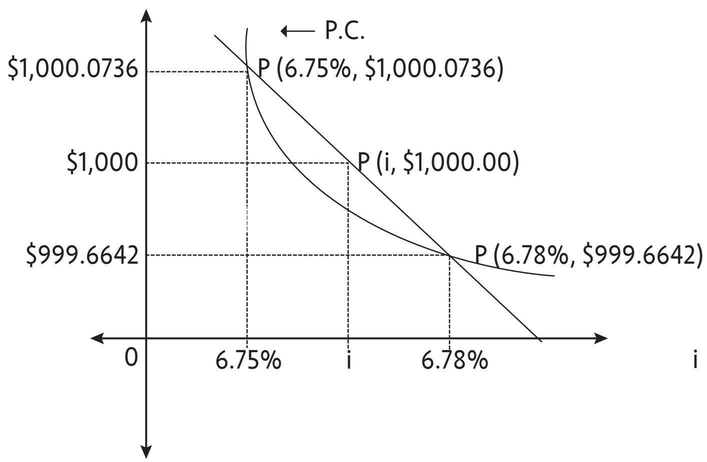
$$1{,}000 = 30(1+i)^{-\frac{6}{12}} + 30(1+i)^{-\frac{12}{12}} + 30(1+i)^{-\frac{18}{12}} + 1{,}010(1+i)^{-\frac{18}{12}}$$

$$1{,}000 = 30\left[\left(1+1\right)^{-\frac{6}{12}} + \left(1+i\right)^{-\frac{12}{12}} + \left(1+i\right)^{-\frac{18}{12}}\right] + 1{,}010\left(1+i\right)^{-\frac{18}{12}}$$

Los sucesivos ensayos para encontrar i que igualan a los flujos futuros de capital del bono que considera todas las ganancias de capital son:

Tasas (%)	Valor presente ($)
6.5	1,003.4957
6.7	1,075.6396
6.75	1,000.0736
i	1,000.0000
6.78	999.6642
6.79	999.5278
6.80	999.3915

La suposición de linealidad entre el valor presente de los flujos del bono y la tasa de interés genera la siguiente gráfica:



Para conocer el valor exacto, éste se calculará mediante una interpolación lineal, para la cual se supone que las tres parejas de coordenadas: (6.75, 1,000.0736), (6.78, 999.6642) e (i, 1,000.00) se ubican en una recta. Se igualarán sus pendientes a partir de estos tres puntos:

Tasa	Valor ($)
0.0675	1,000.0736
i	1,000.0000
0.0678	999.6642

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{1{,}000.0000 - 1{,}000.0736}{i - 0.0675} = \frac{999.6642 - 1{,}000.0736}{0.0678 - 0.0675}$$

$$\frac{i - 0.0675}{1{,}000.0000 - 1{,}000.0736} = \frac{0.0678 - 0.0675}{999.6642 - 1{,}000.0736}$$

$$\frac{i - 0.0675}{-0.0736} = \frac{0.0003}{-0.4094}$$

$$\frac{i - 0.0675}{-0.0736} = -0.00073277967$$

$$i - 0.0675 = -0.00073277967\,(-0.0736)$$

$$i - 0.0675 = 0.00005591108$$

$$i = 0.00005591108 + 0.0675$$

$$i = 0.067555\,(100)$$

$$i = 6.75$$

Respuesta

6.75% es la rentabilidad del bono.

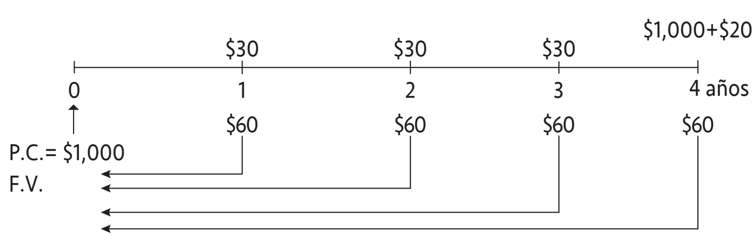
8

Problema 4

En el mercado secundario se cotiza un bono a 102% sobre el precio nominal, que es de $1,000. Éste paga un cupón de 6%. El primer pago de cupón es dentro de un año, el bono madura a los 4 años y paga una prima de amortización de $20. ¿Cuál es la tasa de rendimiento del bono?

Solución

Los flujos de efectivo de capital del bono son:



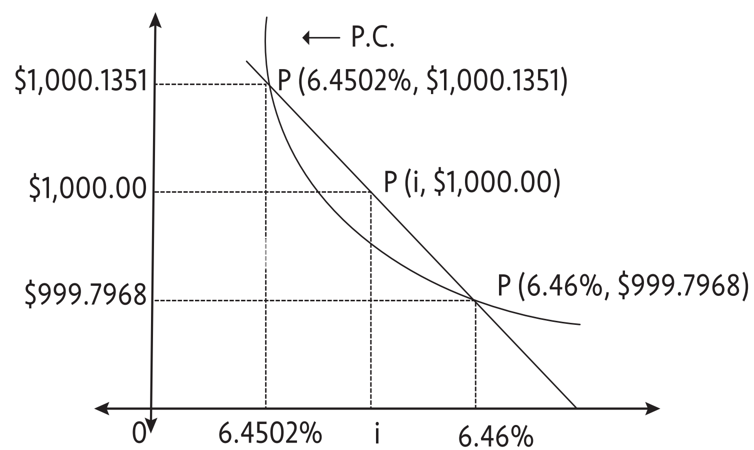
La unidad de tiempo es el año. Sea i la tasa efectiva anual.

$$1{,}000 = 60\,(1 + i)^{-1} + 60\,(1 + i)^{-2} + 60\,(1 + i)^{-3} + 60\,(1 + i)^{-4} + 1{,}020\,(1 + i)^{-4}$$

Los ensayos efectuados con diferentes tasas de interés se muestran a continuación:

Tasas de interés (%)	Valor presente ($)
6	1,015.8418
6.30	1,005.3394
6.4502	1,000.1351
i	1,000.0000
6.46	999.7968
6.48	999.1068
6.49	998.7620

La suposición de linealidad del valor presente se observa a continuación:



Para conocer el valor exacto, éste se calculará mediante una interpolación lineal, para la cual se supone que las tres parejas de coordenadas: (6.4502, 1,000.1351), (6.46, 999.7968) e (i, 1,000.00) se ubican en una recta. Se igualarán sus pendientes a partir de estos tres puntos:

Tasa (%)	Valor ($)
6.4502	1,000.1351
i	1,000.0000
6.46	999.7968

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{1{,}000 - 1{,}000.1351}{i - 0.064502} = \frac{999.7968 - 1{,}000.1351}{0.0646 - 0.064502}$$

$$\frac{-0.1351}{i - 0.064502} = \frac{-0.3383}{0.000098}$$

$$(-0.1351)\,(0.000098) = (-0.3383)\,(i - 0.064502)$$

$$-0.0000132398 = -0.3383i + (0.0218210266)$$

$$-0.0000132398 - 0.0218210266 = -0.3383i$$

$$\frac{-0.0218342664}{-0.3383} = i$$

$$0.064541 = i$$

$$(100)\,(0.064541) = i$$

$$i = 6.45$$

Respuesta

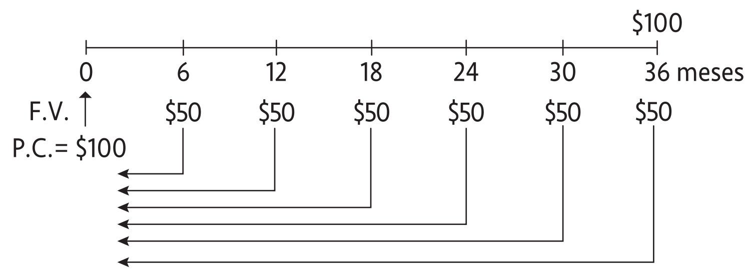
6.45% es la tasa de rendimiento.

Problema 5

Calcule la rentabilidad de un bono a 3 años, con pagos de dividendos semestrales vencidos de $50 que se compra a la par. El valor nominal del bono es de $100.

Solución

Los flujos de efectivo del bono son:



El cálculo del rendimiento corriente (*current yield*) está dado por el cociente del valor del cupón y el precio de mercado.

Rendimiento corriente

$$\frac{50}{100}\,(100) = 50\ \%\ \text{de descuento}$$

Este rendimiento sólo considera como fuente potencial de retorno a los cupones (interés) e ignora las posibles ganancias que el inversionista pudiera tomar en el futuro, al reinvertir los cupones cobrados semestralmente.

A continuación se calculará la tasa de rendimiento que obtendría el inversionista al considerar todas las ganancias del capital (todos los flujos de capital) desde la fecha de compra del bono hasta su vencimiento o fecha de maduración (*yield-to-maturity*).

$$PC = 50(1+i)^{\frac{6}{12}} + 50(1+i)^{\frac{12}{12}} + 50(1+i)^{\frac{24}{12}} + 50(1+i)^{\frac{30}{12}} + 50(1+i)^{\frac{36}{12}} + 100(1+i)^{\frac{36}{12}}$$

$$PC = 50\left[(1+i)^{\frac{6}{12}} + (1+i)^{\frac{12}{12}} + (1+i)^{\frac{24}{12}} + (1+i)^{\frac{30}{12}} + (1+i)^{\frac{36}{12}}\right] + 100(1+i)^{\frac{36}{12}}$$

El primer intento será con la tasa arbitraria de 2% anual.

$$PC = 50(1+0.02)^{\frac{6}{12}} + 50(1+0.02)^{\frac{12}{12}} + \ldots + 50(1+0.02)^{\frac{36}{12}} + 100(1+0.02)^{\frac{36}{12}}$$

$$PC = 50\left[(1+0.02)^{\frac{6}{12}} + (1+0.02)^{\frac{12}{12}} + \ldots + (1+0.02)^{\frac{36}{12}}\right] + 100(1+0.02)^{\frac{36}{12}}$$

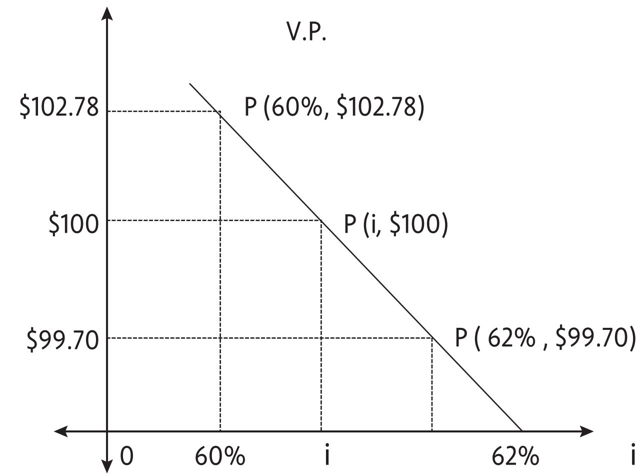
PC = 50 (5.816265559) + 94.23223345

PC = 385.0455114

Los ensayos efectuados con diferentes tasas de interés se muestran a continuación:

Tasas de interés (%)	Valor presente ($)
50	120.85
52	116.83
54	113.03
56	109.43
58	106.02
60	102.78
i	100.00
62	99.70
64	96.78

La suposición de linealidad del valor presente se observa a continuación:



Para conocer el valor exacto, éste se calculará mediante una interpolación lineal, para la cual se supone que las tres parejas de coordenadas: (60, 102.78), (62, 99.70) e (i, 0) se ubican en una recta. Se igualarán sus pendientes a partir de estos tres puntos:

Tasa (%)	Valor ($)
60	102.78
i	100.00
62	99.70

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{99.70 - 102.78}{0.62 - 0.60} = \frac{99.70 - 100}{0.62 - i}$$

$$\frac{-3.08}{0.02} = \frac{-0.3}{0.62 - i}$$

$$-154 = \frac{-0.3}{0.62 - i}$$

$$-154(0.62 - i) = -0.3$$

$$-i = \frac{-0.3}{-154} - 0.62$$

$$-i = -0.618051948$$

$$(-1)\ (-i) = (-0.618051948)\ (-1)$$

$$i = 61.81$$

Esta tasa de rendimiento (TIR) supone que los cupones se reinvertirán a una tasa de interés igual a la TIR del día de compra, si después de esa fecha son menores que esa TIR, se sobreestimaría el ingreso potencial del bono, debido a la relación inversa entre tasa de interés y precio.

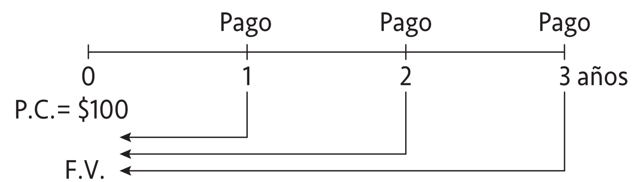
Respuesta

61.81% es la rentabilidad del bono.

Problema 6

Calcule el precio de adquisición de un bono de cupón anual 5% amortizable, por el valor nominal de $100 a los 3 años y cuya TIR es de 3%.

Solución



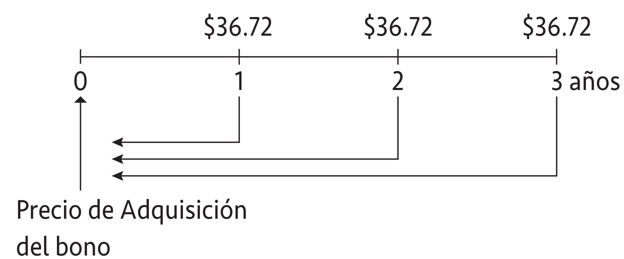
Cuando la tasa-cupón anual es de 5%, el importe del pago anual para el inversionista es:

$$100 = \text{Pago}\ (1 + 0.05)^{-1} + \text{Pago}\ (1 + 0.05)^{-2} + \text{Pago}\ (1 + 0.05)^{-3}$$

$$\text{Pago} = \frac{100}{(1 + 0.05)^{-1} + (1 + 0.05)^{-2} + (1 + 0.05)^{-3}}$$

Pago = 36.72

Así, $36.72 es el importe de dividendos anuales por cada bono. Para encontrar el precio de compra con una TIR de 3% anual:



$$\text{Precio de adquisición} = 36.72\,(1 + 0.03)^{-1} + 36.72\,(1 + 0.03)^{-2} + + 36.72\,(1 + 0.03)^{-3}$$

$$\text{Precio de adquisición} = 103.87$$

Amortizaciones parciales del bono
(Bono con vencimiento escalonado)

Año	Saldo ($)	Interés ($)	Capital Pagado ($)	Pago Total ($)
1	100	5.00	31.72	36.72
2	68.28	3.41	33.31	36.72
3	34.97	1.75	34.97	36.72
Suma			100.00	

Respuesta

$103.87 es el precio de adquisición.

8

Ayuda y conceptos

$$I = C\,i\,t$$

$$i = \frac{I}{C\,t}$$

o bien

$$i = \left(\frac{S}{C} - 1\right)\frac{1}{t}$$

"Se dice que dos tasas son equivalentes si producen los mismos intereses sobre el mismo capital durante el mismo plazo".

$$t = \frac{I}{C\,i}$$

o bien

$$t = \left(\frac{S}{C} - 1\right)\frac{1}{t}$$

Se refiere al capital o al valor del dinero en el momento presente.

$$t = \frac{I}{C\,i}$$

o bien

$$t = \left(\frac{S}{C} - 1\right)\frac{1}{t}$$

"También llamada regla comercial. Se considera el año de 360 días y el número exacto de días del mes en cuestión".

$$C = S\,(1 - dt)$$

o bien

$$d = \left(1 - \frac{C}{S}\right)\frac{1}{t}$$

$$\left(1 + it\right)^{-1} = \left(i - dt\right)$$

o bien

$$i = \frac{d}{\left(1 - dt\right)}$$

A

Reglas para medir el tiempo que hay entre dos fechas

Tiempo exacto	Se considera al año de 365 días y el número exacto de días del mes o meses referidos; el tipo de interés es exacto.
Tiempo ordinario	Se considera al año de 360 días y a cualquier mes de 30 días; se dice que el tipo de interés es ordinario o simple.
Regla comercial	Se considera al año de 360 días y el número exacto de días del mes o meses referidos; se dice que el tipo de interés es comercial o bancario.

Fórmula de tiempo interés compuesto

$$t = \frac{\log\left[\frac{S}{C}\right]}{\log\left(1+\frac{i^m}{m}\right)}\left(\frac{1}{m}\right)$$

Fórmula de tiempo interés compuesto

$$t = \frac{\log\left[\frac{S}{C}\right]}{\log\left(1+i\right)}$$

Reglas para medir el tiempo que hay entre dos fechas

Tiempo exacto:	Se considera al año de 365 días y el número exacto de días del mes o meses referidos; el tipo de interés es exacto.
Tiempo ordinario	Se considera al año de 360 días y cualquier mes de 30 días; se dice que el tipo de interés es ordinario o simple.
Regla comercial	Se considera al año de 360 días y el número exacto de días del mes o meses referidos; se dice que el tipo de interés es comercial o bancario.

Véase regla ordinaria

$$C = S\left(1+\frac{i^m}{m}\right)^{-mt}$$

$$S = C\left(1+\frac{i^m}{m}\right)^{mt}$$

Para tasa nominal;

$$S = \left(1+i\right)^{t}$$

$$S = C\left(1+\frac{i^m}{m}\right)^{mt}$$

o bien

$$i^m = \left[\left(\frac{S}{C}\right)^{\frac{1}{mt}} - 1\right]m$$

A

$$\left(1+\frac{i^{m_1}}{m_1}\right)^{m_1}=\left(1+\frac{i^{m_2}}{m_2}\right)^{m_2}$$

Tiempo o plazo

$$S=C\left(1+\frac{i^m}{m}\right)^{mt}$$

o bien

$$t=\frac{\log\left[\frac{S}{C}\right]}{\log\left(1+\frac{i^m}{m}\right)}\left(\frac{1}{m}\right)$$

Si se considera que el periodo de capitalización de los intereses corresponde a la mitad de tiempo, se tienen las siguientes relaciones

a) Si $t<1 \Rightarrow (1+it) > (1+i)t$

b) Si $t=1 \Rightarrow (1+it) = (1+i)t$

c) Si $t>1 \Rightarrow (1+it) < (1+i)t$

Establezca una ecuación que vincule el precio de contado con el financiamiento. Para resolver vea el ejemplo 24 del capítulo de "anualidades".

Relación de equivalencia entre una tasa efectiva y una nominal

$$(1+i)^t=\left(1+\frac{i^m}{m}\right)^m$$

Anualice ambas tasas o bien elija una nominal y convierta la otra tasa a la misma periodicidad de la nominal elegida

Fecha equivalente

$$(S_1+S_2+\ldots+S_t)(i+i)^{-n}=S_1(i+i)^{-1}+S_2(i+i)^{-2}+\ldots+S_t(i+i)^{-n_t}$$

o bien

$$n=\frac{\log(S_1+S_2+\ldots+S_t)-\log\left(S_1(i+i)^{-1}+S_2(i+i)^{-2}+\ldots+S_t(i+i)^{-n_t}\right)}{\log(1+i)}$$

Compare una serie de dos pagos mensuales anticipados con un pago bimestral vencido.

Compare una serie de cuatro pagos quincenales vencidos con un solo pago bimestral anticipado.

Fecha equivalente

$$(S_1+S_2+\ldots+S_t)(i+i)^{-n}=S_1(i+i)^{-1}+S_2(i+i)^{-2}+\ldots+S_t(i+i)^{-n_t}$$

o bien

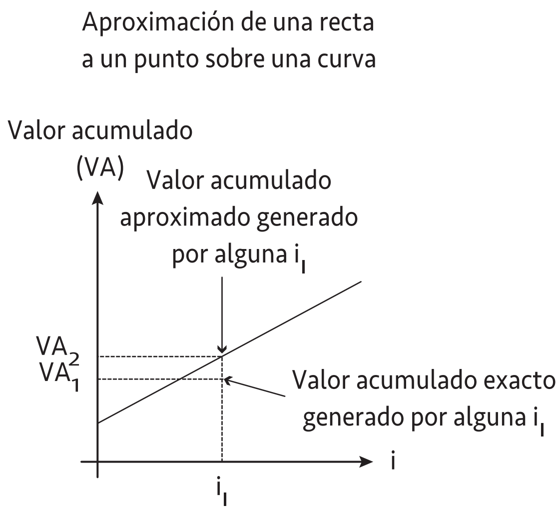
$$n=\frac{\log(S_1+S_2+\ldots+S_t)-\log\left(S_1(i+i)^{-1}+S_2(i+i)^{-2}+\ldots+S_t(i+i)^{-n_t}\right)}{\log(1+i)}$$

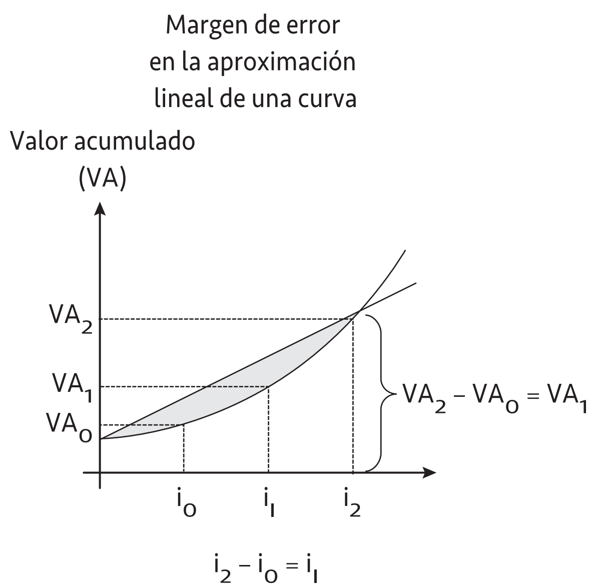
Capítulo 5

Ejercicio 14

Establezca una ecuación de valor y mediante ensayo-error obtenga una tasa de interés que se acerque al valor deseado. Emplee la suposición de linealidad para encontrar la tasa de interés; calcule dos pendientes

A





Si su fecha de valuación fuera en el futuro, se obtendrían las gráficas como las anteriores.

Capítulo 6

1. Elabore una tabla de amortización para los primeros 7 años, del capital insoluto resultante en ese momento reste el pago directamente a capital y establezca una nueva ecuación de valor durante el tiempo restante.
2. Observe que hay un periodo de diferimiento de 4 meses durante los cuales sí hay cálculo de intereses, sin embargo éstos se incluirán en las rentas sucesivas.

La fecha de valuación es irrelevante, pero debe considerarse que en ese periodo de gracia sí hay cobro de intereses. Se sugiere tomar como fecha de valuación el tercer mes, una vez que se ha acumulado la deuda de $400,000 al final del tercer mes.

Si desea puede emplear la siguiente expresión (pero no es necesario):

$$A = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

3. Establezca una ecuación de valor con fecha de valuación en el momento presente (forzosamente). Para resolver esta ecuación aplique la suma de los primeros n términos en progresión geométrica.

Una vez aplicada esta suma, emplee logaritmos para despejar n, número de pagos.

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{(1-r)}$$

A

donde

S: Suma de los primeros n términos de la serie.
a: Primer término de la serie.
r: Razón común.
n: Número de términos de la serie.

Una vez aplicada esta suma, emplee logaritmos para despejar n, número de pagos.

Para elaborar la tabla de amortización utilice:

$$(1+i)^1 = \left(1+\frac{i^m}{m}\right)^m$$

Puede calcular directamente la tabla de amortización una vez que encontró la tasa equivalente mensual; sabrá cuándo detener la amortización cuando la suma de capital contenido en el pago sea igual a la deuda original.

4. Observe que el periodo de pago de la renta es semestral y el periodo de pago de la tasa es de 28 días, se debe encontrar una tasa equivalente

$$\left(1+\frac{i^{m_1}}{m_1}\right)=\left(1+\frac{i^{m_2}}{m_2}\right)$$

Con lo anterior ya se tiene una tasa nominal pagadera semestralmente, lo cual permite calcular la amortización.

6. Encuentre el pago periódico mediante una ecuación de valor, puede emplear la siguiente expresión:

$$A = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

Multiplique el importe del pago periódico por el número de ellos y reste el valor de la deuda.

7. Establezca una ecuación de valor identificando los pagos bimestrales como R y los pagos semestrales como 3R y resuelva.
8. Establezca una ecuación de valor identificando los pagos semestrales como R y los pagos anuales como 2R y resuelva.

Encuentre una tasa equivalente pagadera cada semestre empleando:

$$\left(1+\frac{i^{m_1}}{m_1}\right)=\left(1+\frac{i^{m_2}}{m_2}\right)$$

9. Para hacer coincidir el periodo de pago de la tasa con el periodo de pago de la renta debe encontrarse una tasa equivalente pagadera semestralmente. Emplee la expresión:

$$\left(1+\frac{i^{m_1}}{m_1}\right)=\left(1+\frac{i^{m_2}}{m_2}\right)$$

Elabore la tabla de amortización.

9. Elabore una tabla de amortización para los primeros 2 años a 8% anual convertible mensualmente, con el capital insoluto en ese momento. Reestructure la deuda por el tiempo restante a 9% anual convertible mensualmente y calcule la nueva renta.

10. Establezca una ecuación de valor con fecha de valuación en el momento presente (forzosamente). Para resolver esta ecuación aplique la suma de los primeros n términos en progresión geométrica:

Una vez aplicada esta suma, emplee logaritmos para despejar n, número de pagos.

$$S_n = \frac{a\left(1-r^n\right)}{\left(1-r\right)}$$

donde

S: Suma de los primeros n términos de la serie.
a: Primer término de la serie.
r: Razón común.
n: Número de términos de la serie.

Una vez aplicada esta suma, emplee logaritmos para despejar n, número de pagos.

No es necesario hacer lo anterior si elabora una tabla de amortización y se detiene hasta el momento en que la suma del capital contenido en el pago es igual a la deuda.

11. Establezca una ecuación de valor con fecha de valuación en el momento presente (forzosamente); para resolver esta ecuación aplique la suma de los primeros n términos en progresión geométrica:

Una vez aplicada esta suma, emplee logaritmos para despejar n, número de pagos.

$$S_n = \frac{a\left(1-r^n\right)}{\left(1-r\right)}$$

donde

S: Suma de los primeros n términos de la serie.
a: Primer término de la serie.
r: Razón común.
n: Número de términos de la serie.

Una vez aplicada esta suma, emplee logaritmos para despejar n, número de pagos.

No es necesario hacer lo anterior si elabora una tabla de amortización y se detiene hasta el momento en que la suma del capital contenido en el pago es igual a la deuda.

Capítulo 7

Emplee cualquiera de las siguientes expresiones para el valor presente neto:

$$VPN = F_1\left(1+i\right)^{-1} + F_2\left(1+i\right)^{-2} + \ldots + F_n\left(1+i\right)^{-n} - F_0$$

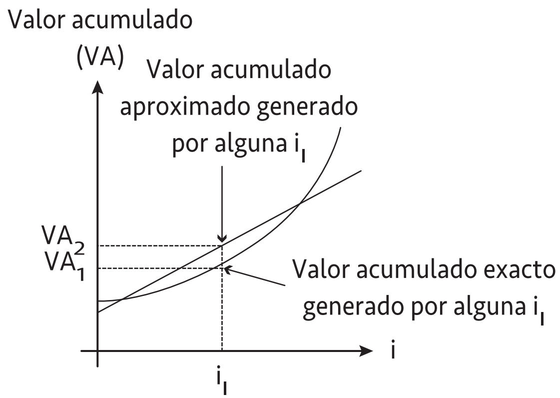
$$VPN = \sum_{t=1}^{n} \frac{F_t}{\left(1+i\right)^t} - I_0$$

La TIR es la tasa de interés que iguala el valor de la inversión con el valor presente de los flujos futuros esperados. Emplee la siguiente expresión para la interpolación de la TIR.

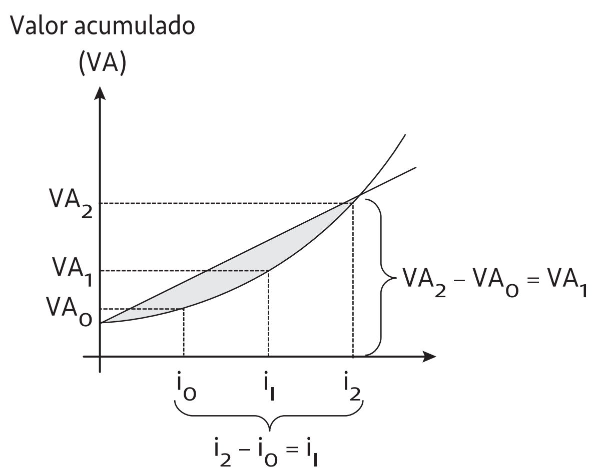
$$0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{F_t}{\left(1+i\right)^t} - I_0$$

A

Aproximación de una recta
a un punto sobre una curva



Margen de error
en la aproximación
lineal de una curva



Capítulo 8

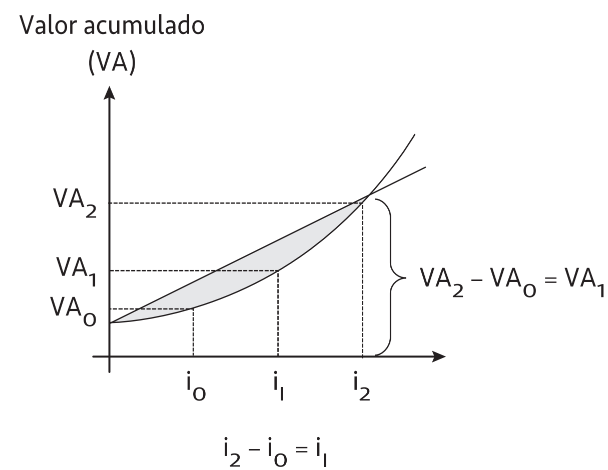
1.

$$PC = rF(1+i)^{-1} + rF(1+i)^{-2} + \ldots + rF(1+i)^{-n} + C(1+i)^{-n}$$

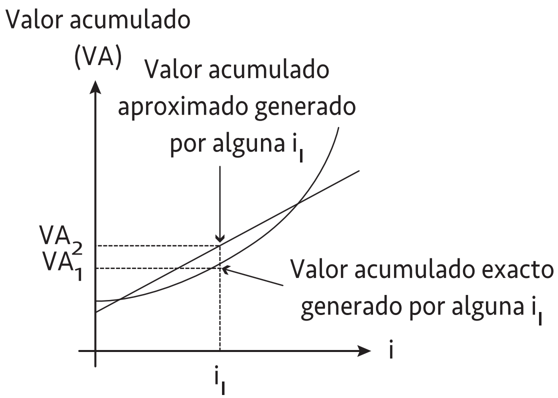
$$PC = \underbrace{rF\left[(1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + \ldots + (1+i)^{-n}\right]}_{\text{Valor presente de los intereses}} + \underbrace{C(1+i)^{-n}}_{\text{Valor presente del valor nominal}}$$

Establezca una ecuación de valor mediante ensayo y error obtenga una tasa de interés que se acerque al valor deseado. Emplee la suposición de linealidad para encontrar la tasa de interés. Calcule dos pendientes

Margen de error
en la aproximación lineal de una curva



Aproximación de una recta
a un punto sobre una curva



Si su fecha de valuación fuera en el futuro, se obtendrían gráficas como las anteriores.

Para encontrar la tasa de rentabilidad puede valuar en cualquier punto en el tiempo; si lo hace en el futuro las gráficas serán como las anteriores.

3. Observación: Como la unidad de tiempo es el mes y el periodo de pago de las rentas es mensual se tiene el caso más simple, y puede calcularse directamente.

La suma S de los primeros n términos de una serie en progresión geométrica está dada por:

$$S_n = \frac{a\left(1 - r^n\right)}{\left(1 - r\right)}$$

donde

S: Suma de los primeros n términos de la serie.
a: Primer término de la serie.
r: Razón común.
n: Número de términos de la serie.

$$a = \left(1 + \frac{0.07}{12}\right)^{-1}$$

$$r = \left(1 + \frac{0.07}{12}\right)^{-1}$$

n: número de pagos buscado

Sustituyendo la suma de la serie en la ecuación de valor [5.3]:

$$25{,}000 = 200\,\frac{\left(1 + \frac{0.07}{12}\right)^{-1}\left[1 - \left(1 + \frac{0.07}{12}\right)^{-n}\right]}{1 - \left(1 + \frac{0.07}{12}\right)^{-1}}$$

$$25{,}000 = \frac{200\left[\left(0.994200497\right)\left(1 - \left(1 + 0.005833\right)^{-n}\right)\right]}{0.0057995}$$

Empleando logaritmos se llega a

$$n = 224.5813$$

Se deben realizar 224 pagos de $200 cada uno, más 0.5813 pagos (un pago fraccionario por un importe a calcular)

4. Significa que al valor nominal se le aumenta el 2%.

5. La tasa de interés puede calcularse de dos formas: la primera consiste en dividir el importe del cupón entre el valor nominal y la segunda es interpolar linealmente a partir de la ecuación de valor de los flujos del bono.

6.

$$PC = rF\left(1+i\right)^{-1} + rF\left(1+i\right)^{-2} + \ldots + rF\left(1+i\right)^{-n} + C\left(1+i\right)^{-n}$$

$$PC = rF\left[\left(1+i\right)^{-1} + \left(1+i\right)^{-2} + \ldots + \left(1+i\right)^{-n}\right] + C\left(1+i\right)^{-n}$$

A

Manual de matemáticas financieras para el crédito, el ahorro y la inversión, se terminó en diciembre de 2018, edición digital al cuidado de Logos Editores. José Vasconcelos, 249-302, col. San Miguel Chapultepec, 11850, Ciudad de México, tel. 55.16.35.75, logos.editores@gmail.com.

Publicaciones

¿A quién le gustan los problemas financieros? Casi a nadie, pero de una u otra forma todos debemos enfrentarlos. Muchas personas prefieren evitarlos y contratan a alguien que se encargue de resolverlos; para otras, su solución representa un reto que exige varias horas de trabajo interesante, aunque la solución en sí misma, además de elegante, sólo sea útil desde el punto de vista teórico; casi siempre este último tipo de personas son matemáticos. Si usted evita los problemas, este libro no le servirá; si usted es matemático, tampoco. Pero si le gusta resolver problemas y esto le produce no sólo la satisfacción de encontrar la mejor solución, sino la posibilidad de ganar más dinero, entonces esta obra sí es para usted.

El valor del dinero en el tiempo se estudia mediante ecuaciones que vinculan obligaciones financieras expresadas en términos monetarios; pero conocer las técnicas, los modelos y las fórmulas financieras para que su dinero se multiplique no es suficiente. Con este Manual de matemáticas financieras para el crédito, el ahorro y la inversión se pretende que el lector adquiera la habilidad para buscar soluciones, explorar patrones y formular conjeturas acerca de la viabilidad y factibilidad de alternativas de financiamiento o de inversión. En esta obra se arriba a la solución de los problemas propuestos como ejemplo y práctica mediante el apoyo visual de un diagrama de tiempo y valor que reúne las obligaciones del acreedor y del deudor para avanzar en la solución. Su enfoque evita al lector memorizar procedimientos y aprender fórmulas mientras promueve la búsqueda de otras alternativas para llegar a la solución y hacer que su dinero trabaje para usted.

Yolanda Daniel